



Influence de la rétroaction des étoiles sur la structure du milieu interstellaire à l'échelle galactique

Olivier Iffrig

► To cite this version:

Olivier Iffrig. Influence de la rétroaction des étoiles sur la structure du milieu interstellaire à l'échelle galactique. Astrophysique galactique [astro-ph.GA]. Université Paris Saclay (COMUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLS225 . tel-01380982

HAL Id: tel-01380982

<https://theses.hal.science/tel-01380982>

Submitted on 13 Oct 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLS225

THÈSE DE DOCTORAT

DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
PRÉPARÉE À L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE I27
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

Spécialité de doctorat : Physique

Préparée par
M. Olivier IFFRIG

INFLUENCE DE LA RÉTROACTION DES ÉTOILES SUR LA STRUCTURE DU MILIEU INTERSTELLAIRE À L'ÉCHELLE GALACTIQUE

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 15 septembre 2016.

Composition du jury :

M. MIVILLE-DESCHÊNES Marc-Antoine	Directeur de recherche	IAS, Université Paris-Sud	Président
M. PASSOT Thierry	Directeur de recherche	Observatoire de la Côte d'Azur	Rapporteur
M. TEYSSIER Romain	Professeur	Université de Zurich	Rapporteur
M. AUDIT Édouard	Ingénieur chercheur	Maison de la simulation	Examineur
M. BRAINE Jonathan	Astronome	Observatoire de Bordeaux	Examineur
M. HENNEBELLE Patrick	Ingénieur chercheur	AIM, CEA Saclay	Directeur de thèse

À ceux qui cultivent la curiosité scientifique et l'esprit critique.

Remerciements

Trois ans et demi passés dans le même laboratoire, ça laisse des souvenirs. Beaucoup de rencontres intéressantes et enrichissantes. Même si je suis l'unique auteur de ce manuscrit, je n'aurais pas pu l'écrire sans le concours de Patrick. Merci pour ces cinq ans à travailler ensemble. Merci de m'avoir initié à la simulation numérique, et de m'avoir guidé sur ces rails-là.

Je tiens aussi à remercier le jury, Marc-Antoine, Thierry, Romain, Édouard et Jonathan. Merci d'avoir lu attentivement mon manuscrit, et écouté ma présentation. Merci pour vos commentaires encourageants.

Merci ensuite à Orianne, déjà de ne pas m'avoir étranglé après que j'ai volé ton stage et ta thèse. Merci pour toutes les discussions qu'on a pu avoir, allant de sujets sérieux comme la grammaire et la typographie, à d'autres beaucoup moins sérieux sur le sens de la vie, de l'Univers et de tout le reste.

Merci à Rémi, pour avoir partagé les déboires administratifs, et pour toutes les discussions plus ou moins sérieuses. Merci à Marc, en tant que premier compagnon d'« infortune », merci pour AUDDAS, et pour toutes les discussions sur fond de logiciels libres, problèmes sociétaux en tous genres, etc.

Merci à Orianne et à Yueh-Ning, pour votre compagnie dans l'aquarium. Merci à Marc, Héloïse, Mario et Sébastien pour m'en avoir tiré lors des pauses café. Merci à Lionel, Sam, Fabio et Yueh-Ning, pour la vie que vous avez apportée dans le bureau. Merci à Rémi, Orianne, Valeska, Antoine et Bruno pour les phases de décompression pendant la rédaction du manuscrit. Merci à l'équipe du LMPA : Juan, Damien, Matthias, Thierry, Sébastien et aux autres sus-cités pour l'animation des repas et du labo en général.

Merci aux collègues des autres équipes, à commencer par les autres doctorants, Mélanie, Bilal, Fiorella, Jérémy, Linc, François, Sarah, Victor, Mathieu, Pierre, Constance, Anita, Francesco, Alan, Fred, ainsi qu'à tous les autres, Eva, Andrea, Vera, Arabindo, Yoshito, Sofia, Amandine, Fabio, Thierry, Jean, Frédéric, Suzanne, Olivier, Pierre-Olivier, Michel, Pascale, Anne, Sacha, Dominique. Mention spéciale pour Marie et Dominique, pour votre incroyable efficacité ! Merci, non sans émotion, à Jean-Pierre. Merci aux divers collaborateurs, Pierre, Thomas, Benoît, Yohan, Alexandre, François, etc. Un merci tout particulier aussi à Jérôme et Guillaume, pour votre compréhension quand les choses se sont avérées plus difficiles.

Merci aux membres d'AUDDAS, notamment ceux des bureaux successifs, Marc, Lauriane, Vincent, Loïc, Clotilde, Cédric, Karen, Orianne, Alizée, ainsi qu'aux habitués, et à ceux de passage. Merci à la SF2A, et à Samuel en particulier.

Merci aussi aux amis cachanais, Nicolas, Vincent, Pierre-Elliott, Pauline, Daniel, Vincent, Raphaël-David, Raphaël, Marie-Noëlle, Pierre, Marie, Tobit, Larissa, Renaud, Morgane, Nicolas, Marion, Yann, Sylvie, Ariane, Rémi, ... parce qu'être normal, c'est trop banal.

Et merci à la bande du Marais, Noémie, Estienne, Johanna, Eva, Agnès, Karine, Bethany, Josiane, Audrey, Julien, Naomie, Perrine, Sophie, Rémi, Clémence, Olivier, Oly, Geoffroy, Lucie, Sidney, Hannah, Vinz, etc. avec qui j'ai pu être un extraterrestre fascinant, au milieu d'extraterrestres tout aussi fascinants ! Merci pour votre soutien, en particulier en fin de rédaction et juste avant la soutenance.

Et en parlant d'extraterrestres, merci aussi à Alice, Émilie, Bérengère, Nolwenn, Gwenaëlle, François, Bertrand, Nicolas, Agathe, François, Hélène, Manon, Chloé, Maëva, François, Sacha, etc. pour des discussions pour le moins originales.

Merci aussi à mes parents ainsi qu'à ma famille pour le soutien, même si vous ne compreniez pas très bien ce que j'ai fait.

Résumé

La formation des étoiles, processus fondamental en astrophysique, résiste toujours à la compréhension. En effet, de nombreux phénomènes interagissent durant les différentes étapes, et ce sur une large gamme d'échelles. Il est donc primordial de comprendre la dynamique du milieu interstellaire, dans lequel les étoiles se forment. En particulier, il est maintenant bien établi que la structure du milieu interstellaire est fortement impactée par des processus de rétroaction de la part des étoiles qui s'y forment. D'une part cette rétroaction limite le taux de formation de nouvelles étoiles, et d'autre part elle est l'un des contributeurs à la morphologie et la dynamique des galaxies : taille du disque, éjection de matière, etc.

Ce travail de thèse propose d'étudier numériquement la dynamique du milieu interstellaire, de manière à mettre en évidence l'impact des processus de rétroaction. Le processus principal qui sera étudié est les supernovae, figurant parmi les événements les plus énergétiques dans le milieu interstellaire. Après l'étude et la modélisation en détail de l'explosion d'une unique supernova dans nuage moléculaire, un modèle numérique incluant formation d'étoiles et rétroaction par supernovae sera présenté et mis en œuvre dans des simulations d'un disque galactique stratifié à l'échelle du kiloparsec. Une extension de ce modèle pour tenir compte du rayonnement ionisant sera proposée. Il est effectivement possible de réguler la formation d'étoiles à l'aide de modèles de rétroaction par les supernovae, mais les résultats précis dépendent de manière significative des détails du schéma mis en œuvre. En utilisant la variante apparaissant comme la plus réaliste, des simulations à haute résolution du milieu interstellaire sont présentées et étudiées. En particulier, il est possible de mettre en évidence des propriétés de la turbulence compressible et magnétisée à l'échelle galactique : variation des spectres de puissance en fonction de l'altitude, alignement spontané de la vitesse et du champ magnétique, effet antagoniste de la rétroaction sur cet alignement et formation de structures.

Abstract

Star formation, a fundamental process in astrophysics, remains only partially understood. Several processes are known to interact during all the steps over a large range of scales. It is therefore of highest importance to understand the dynamics of the interstellar medium, in which stars form. In particular, it is now well-known that the structure of the interstellar medium is strongly affected by feedback processes emanating from the stars that form in it. On the one hand this feedback limits the rate of formation of new stars, and on the other hand it is one of the main contributors to the shape and dynamics of galaxies : thickness of the disk, matter outflows, etc.

This work aims to study numerically the dynamics of the interstellar medium, in order to highlight the impact of stellar feedback processes. The main process that will be studied is supernovae, being among the most energetic events in the interstellar medium. After the study and detailed modeling of the explosion of a single supernova inside a molecular cloud, a numerical model including star formation and supernova feedback will be presented and used in kiloparsec-scale simulations of a stratified galactic disk. An extension of this model will be suggested in order to take into account the ionizing radiation. It is indeed possible to regulate star formation with supernova feedback models, although the precise results strongly depend on the detailed scheme that is implemented. Using the most realistic-looking variant, high-resolution simulations are presented and studied. In particular, it is possible to extract properties of compressible and magnetized turbulence at the galactic scale: variation of the power spectra as a function of altitude, spontaneous alignment between velocity and magnetic field, antagonistic effect of stellar feedback onto this alignment, and structure formation.

Table des matières

Remerciements	v
Résumé	vii
Abstract	ix
Table des matières	xi
I Introduction	I
1 La formation d'étoiles	3
1.1 Le milieu interstellaire	4
1.1.1 La hiérarchie dictée par la gravité	4
1.1.2 La formation des étoiles	5
1.1.3 Le cycle de la matière interstellaire	6
1.2 La physique à l'échelle galactique	8
1.2.1 Le gaz interstellaire	8
1.2.2 La gravité	9
1.2.3 Le champ magnétique	12
1.2.4 La chimie et le rayonnement	14
1.3 Les modèles phénoménologiques	18
1.3.1 La formation des étoiles	19
1.3.2 La rétroaction des étoiles	20
1.3.3 La turbulence	21
2 Calcul haute performance et astrophysique	27
2.1 La mécanique des fluides numérique	27
2.1.1 Un bref tour d'horizon	27
2.1.2 Développements autour de la méthode des différences finies	31
2.1.3 Les lois de conservation et le problème de Riemann	35
2.1.4 La méthode de Godunov, et ses raffinements	38
2.2 Les contraintes techniques	43
2.2.1 Des problèmes de taille	44
2.2.2 Le parallélisme	45
2.2.3 Un maillage adaptatif	48
2.2.4 Des modèles sous-grille	50

2.3	Le code Ramses	51
2.3.1	La physique	52
2.3.2	Le maillage	53
2.3.3	Le parallélisme	55
2.3.4	Les particules	56
	Plan du manuscrit	59
II	La physique dans un code de calcul	61
3	Les processus de rétroaction	63
3.1	La méthode générale	63
3.1.1	Obtenir un modèle	63
3.1.2	La mise en œuvre : les objets stellaires	64
3.2	Les supernovae	64
3.2.1	Des simulations à petite échelle	64
3.2.2	Le schéma numérique	65
3.3	Les fronts d'ionisation	66
3.3.1	Un modèle	66
3.3.2	La mise en œuvre	68
3.4	Émuler la formation d'étoiles	69
3.4.1	Le choix de la masse	69
3.4.2	La durée de vie	69
3.4.3	Le placement	69
3.5	Conclusion	70
4	Les résultats de l'expérience numérique	73
4.1	Des données massives	73
4.2	Étudier la turbulence : les spectres de puissance	75
4.2.1	Spectre de puissance approché	75
4.2.2	Projections du spectre de puissance	76
4.2.3	Décomposition de Helmholtz	76
4.2.4	Spectres bi-dimensionnels	76
4.3	Identifier les structures	77
4.3.1	Prélude : Identifier les composantes connexes d'un graphe	77
4.3.2	La partie locale	79
4.3.3	La reconstruction des structures aux interfaces	80
4.3.4	Des perspectives d'amélioration	81
III	Simulations du cycle du milieu interstellaire	83
5	L'impact d'une supernova sur son environnement	85
5.1	Introduction	86
5.2	Numerical setup	88
5.2.1	Physical processes	88
5.2.2	Uniform density simulations	88

5.2.3	Turbulent simulations	89
5.2.4	Numerical code and resolution	89
5.3	Evolution of a supernova remnant in a uniform medium	90
5.3.1	Simple analytical trends	90
5.3.2	Momentum injection: result	91
5.4	Supernova explosions in turbulent molecular clouds	92
5.4.1	Qualitative description	92
5.4.2	Total momentum injection	95
5.4.3	Mass distributions: impact of the supernova on the cloud	95
5.4.4	Momentum injection with respect to density	98
5.4.5	An analytical estimate	98
5.5	Conclusions	100
5.A	Kinetic energy injection	101
5.B	Density distributions	102
5.C	Influence of the magnetic field	102
5.C.1	Uniform case	103
5.C.2	Turbulent case	103
6	De la galaxie aux nuages moléculaires	109
6.1	Présentation	109
6.1.1	Un tour d'horizon	109
6.1.2	Le modèle numérique	110
6.2	La dépendance par rapport au schéma	112
6.2.1	Étude qualitative	112
6.2.2	Formation d'étoiles	113
6.2.3	Structure verticale	115
6.3	La dynamique du milieu interstellaire régulé par les supernovae	118
6.3.1	Étude qualitative	118
6.3.2	Structure verticale	121
6.3.3	Formation d'étoiles	122
6.3.4	Propriétés du champ magnétique	122
6.3.5	Propriétés de la turbulence	125
6.3.6	Formation de structures	132
6.4	Perspectives	135
IV	Conclusion	137
	Annexes	141
A	Simulations of magnetized multiphase galactic disc regulated by supernovae explosions	143
B	Figures supplémentaires	163
	Bibliographie	165

Première partie

Introduction

Chapitre I

La formation d'étoiles et le problème de la rétroaction

Un savant célèbre donna un jour une conférence sur l'astronomie. Il décrivit comment la Terre tournait autour du Soleil et de quelle manière le Soleil, dans sa course, tournait autour du centre d'un immense rassemblement d'étoiles que l'on appelle notre Galaxie. A la fin, une vieille dame au fond de la salle se leva et dit : « Tout ce que vous venez de raconter, ce sont des histoires. En réalité, le monde est plat et posé sur le dos d'une tortue géante ». Le scientifique eut un sourire hautain avant de rétorquer : « Et sur quoi se tient la tortue ? — Vous êtes très perspicace, jeune homme, vraiment très perspicace, répondit la vieille dame. Mais sur une autre tortue, jusqu'en bas ! »

Stephen Hawking

L'astrophysique, dans son essence même, est un lieu où se rencontrent de nombreux domaines de la physique, que ce soit celle de l'infiniment grand (relativité générale), de l'infiniment petit (fusion nucléaire, interaction rayonnement-matière), ou des échelles intermédiaires, de la mécanique des fluides à l'électromagnétisme en passant par la thermodynamique. Heureusement, il est souvent possible de se placer dans un cadre où l'on peut se permettre de négliger certains effets, ou du moins de les cacher dans une « boîte noire ». Mais parfois, il n'est pas possible d'identifier un seul processus dominant. Au sein du milieu interstellaire, on peut, par exemple, raisonnablement négliger les effets de la relativité générale et de la mécanique quantique. On peut même considérer le milieu interstellaire comme un fluide. Cependant, ce fluide est en interaction permanente avec du rayonnement et des champs magnétiques. De plus, de nombreuses réactions chimiques entrent en jeu. C'est pourquoi la dynamique du milieu interstellaire, et notamment la formation d'étoiles, qui en est l'une des conséquences, résiste encore et toujours à la compréhension. Outre l'interaction des différents processus physiques, la formation d'étoiles s'étend sur de nombreux ordres de grandeurs de taille et de densité, ce qui rend le problème impossible à étudier de manière totalement théorique.

La simulation numérique permet alors d'expérimenter en vue de comprendre le fonctionnement

du milieu interstellaire. Afin de comprendre la formation d'étoiles, il est cependant primordial de bien connaître les conditions initiales de cette formation. Pour cela, on a besoin d'étudier les nuages moléculaires dans lesquels ces étoiles se forment, et qui eux-mêmes sont partie intégrante de la galaxie. Cependant, la dynamique de la galaxie est fortement perturbée par les étoiles qui s'y forment. L'objectif de cette thèse est d'apporter un modèle cohérent tenant compte de la formation et de la rétroaction des étoiles à l'échelle galactique. Ce modèle est alors mis en œuvre dans des simulations d'une portion de disque galactique (cube d'un kiloparsec de côté). Il est d'importance capitale de faire attention aux détails de mise en œuvre des modèles de rétroaction, comme nous allons le voir. Ce premier chapitre présente le contexte astrophysique dans lequel se place ce travail. Le second chapitre sera consacré à la présentation des outils numériques.

1.1 Le milieu interstellaire

D'après les modèles actuels, les étoiles naissent dans des amas de gaz appelés nuages moléculaires. Par le fait de la gravité, ces nuages s'effondrent sur eux-mêmes, et par un processus complexe peuvent, au bout de quelques centaines de milliers d'années, donner naissance à des étoiles. Les ordres de grandeur de taille nous mettent la puce à l'oreille : un nuage moléculaire « mesure » quelques dizaines d'années-lumière, alors que la taille d'une étoile serait plutôt de l'ordre du million de kilomètres, soit environ cent millions de fois plus petit. De cette estimation, on peut d'ores et déjà craindre que les étapes menant à la formation des étoiles seront nombreuses et complexes.

1.1.1 La hiérarchie dictée par la gravité

Des grandes échelles galactiques jusqu'aux étoiles, la gravité est un phénomène omniprésent. À tous les niveaux, des structures se forment, entre autres grâce à la gravité. Une galaxie est en général une structure gravitationnellement stable. En son sein, le milieu interstellaire est turbulent, et les contrastes de densité mènent à des nuages de gaz qui, à leur tour, peuvent s'effondrer sous leur propre poids, donnant des filaments, des cœurs denses, tant de lieux que l'on considère comme sièges de la formation d'étoiles. Afin de quantifier quelque peu ces questions de stabilité, nous pouvons anticiper un peu sur ce qui sera détaillé plus tard (section 1.2.2) et donner des ordres de grandeur de la longueur et la masse de Jeans associées aux diverses structures du milieu interstellaire. La *longueur de Jeans* est la longueur d'onde maximale d'une perturbation gravitationnellement stable d'un milieu initialement homogène. La *masse de Jeans* est la masse d'une sphère homogène dont le diamètre est la longueur de Jeans. Ces ordres de grandeur sont résumés dans la table 1.1. Pour le milieu interstellaire, modélisé comme un gaz parfait polytropique ($\gamma = 5/3$) avec une masse moyenne par particule $\mu = 1,4$, on peut écrire :

$$\lambda_J = (14,4 \text{ pc}) \left(\frac{T}{1 \text{ K}} \right)^{1/2} \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/2}, \quad (1.1)$$

$$M_J = (54,1 M_\odot) \left(\frac{T}{1 \text{ K}} \right)^{3/2} \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/2}. \quad (1.2)$$

On remarque que la longueur et la masse de Jeans sont toutes deux des fonctions décroissantes de la densité. Ceci est cohérent avec l'idée de hiérarchie de structures : lorsqu'une structure gravitationnellement instable s'effondre, sa densité augmente, donc la longueur de Jeans devient plus petite. Notons qu'ici nous n'avons considéré que la gravité, dans un milieu uniforme. Pour un milieu plus complexe (présentant par exemple de la rotation, un chauffage, de la turbulence, un champ magnétique...) des structures instables au sens de Jeans pourraient très bien résister à l'effondrement gravitationnel.

Composante	Densité (cm^{-3})	Température (K)	λ_J (pc)	M_J (M_\odot)
Cœur préstellaire	10^5	5	0,102	1,91
Nuage moléculaire	10^2	10	4,55	$1,71 \times 10^2$
Gaz chaud	0,5	10 000	$2,04 \times 10^3$	$7,65 \times 10^7$

TABLE 1.1 – Longueur et masse de Jeans pour différentes composantes du milieu interstellaire. Les densités et températures sont des valeurs moyennes estimées.

Quantifier la stabilité d'un système est un problème assez ardu du fait d'une part de la quantité de phénomènes physiques en jeu, et d'autre part de l'absence d'une définition claire de la stabilité. On peut recourir au théorème du viriel (voir par exemple McKee & Zweibel, 1992), qui relie la dérivée seconde du moment d'inertie total aux énergies des différentes composantes, mais même dans ce cas-là, il n'existe pas de relation claire entre le moment d'inertie (et ses dérivées) à un instant donné et la stabilité d'un système. Ce théorème permet néanmoins de qualifier la stabilité à l'aide de moyennes temporelles.

Décrivons donc de manière empirique et qualitative les composantes du milieu interstellaire à l'échelle galactique. Premièrement, nous avons la galaxie. Plaçons-nous dans le cas d'une galaxie spirale comme la nôtre. On y trouve un halo de matière noire, qui contient un disque de gaz et de poussières, dans lequel se forment des étoiles. Dans mon travail, je n'ai considéré que la composante gaz. L'interaction avec les étoiles et la matière noire est traitée de manière indirecte, comme nous le verrons plus tard. Au sein des bras spiraux qui se forment dans le disque, des structures apparaissent, notamment du fait de la turbulence. Ce milieu est ce que l'on appelle le milieu interstellaire.

1.1.2 La formation des étoiles

Sous l'effet de la gravité, le gaz interstellaire est comprimé jusqu'à atteindre des densités suffisamment importantes pour autoriser des réactions de fusion nucléaires. C'est ce qui donne naissance aux étoiles. Mais comme nous l'avons déjà dit, le processus est loin d'être simple. On peut cependant distinguer des étapes (par exemple, André *et al.*, 2000). Dans un premier temps, du fait notamment de la turbulence et de la gravité, des structures denses se forment au sein du milieu interstellaire. Du fait des processus de chimie, de chauffage et de refroidissement radiatifs, certaines de ces structures denses deviennent le siège de la formation de molécules : du dihydrogène (H_2) principalement, mais aussi du monoxyde de carbone (CO), qui a l'avantage d'être observable beaucoup plus facilement que H_2 . Ces structures sont ce que l'on appelle les nuages moléculaires.

Dans les nuages moléculaires, certaines structures sont capables de dissiper suffisamment d'énergie cinétique et thermique pour que l'effondrement gravitationnel se poursuive, donnant naissance à des filaments et des cœurs denses (par exemple, André *et al.*, 2010) dont la taille caractéristique (transverse pour les filaments) est d'environ 0,1 pc. Ces cœurs denses, gravitationnellement instables, s'effondrent en une ou plusieurs proto-étoiles entourées d'un disque d'accrétion dont le diamètre est de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines d'unités astronomiques ¹ (par exemple, Duchêne, 2011). Au sein de ces disques, un ou plusieurs objets centraux grandissent en absorbant le gaz environnant, jusqu'à ce que ces objets deviennent suffisamment denses pour permettre la fusion de l'hydrogène, ce qui en fait des étoiles, dont la taille varie autour du million de kilomètres ².

Dans cet effondrement, de nombreux problèmes se posent à toutes les échelles traversées. En pre-

1. $1 \text{ pc} \simeq 2,06 \times 10^5 \text{ AU}$

2. $1 \text{ AU} \simeq 1,5 \times 10^8 \text{ km}$

Composante		Densité (cm ⁻³)	Température (K)	Fraction de gaz ionisé
Gaz froid	CNM	> 40	< 100	10 ⁻³
Gaz tiède neutre	WNM	~ 0,4	8000	0,15
Gaz tiède ionisé	WIM	~ 0,25	8000	0,68
Gaz chaud	HIM	10 ⁻³	10 ⁵	1

TABLE 1.2 – Caractéristiques des différentes phases du milieu interstellaire.

mier lieu, pour permettre l'effondrement gravitationnel, il faut que la gravité l'emporte sur les autres phénomènes en présence : rotation, turbulence, pression (thermique, magnétique et radiative). Ensuite se pose le problème de la multiplicité. On observe en effet que la plupart des étoiles se forment dans des amas (Lada & Lada, 2003), ce qui veut dire que les cœurs denses se fragmentent pendant leur effondrement. De même, on estime qu'environ 70 % des étoiles sont dans des systèmes binaires (Duquennoy & Mayor, 1991), ce qui implique une nouvelle fragmentation au sein des disques protostellaires. Enfin, en étudiant la conservation de certaines quantités, notamment le moment cinétique et le flux magnétique, on met en évidence la nécessité de se débarrasser d'une part considérable d'énergie cinétique et magnétique.

1.1.3 Le cycle de la matière interstellaire

Le modèle d'un milieu interstellaire multiphasique a été proposé par McKee & Ostriker (1977). Passons rapidement en revue les différentes phases. Tout d'abord le gaz froid (CNM, *cold neutral medium*), à des températures de l'ordre de la dizaine de Kelvin, siège supposé de la formation de dihydrogène et, à terme, de la formation d'étoiles. Ensuite, une phase « tiède » (WNM et WIM, *warm neutral / ionized medium*), portée à quelques milliers de Kelvin par les rayonnements ultraviolet et X des étoiles. Enfin, une phase chaude et quasi-totalement ionisée (HIM, *hot ionized medium*), chauffée notamment par les supernovae à plusieurs centaines de milliers de Kelvin. Quelques caractéristiques de ces différentes phases sont données en table 1.2.

Ce paragraphe décrit rapidement ce qui sera expliqué en détail dans la section 1.2.4. Le HIM est composé de gaz hors équilibre du point de vue des processus de chauffage et refroidissement radiatifs. Il aura donc tendance à se refroidir naturellement, rejoignant les composantes stables proches : le WIM et le WNM. Le domaine d'équilibre entre chauffage et refroidissement relie ces composantes à une composante plus froide : le CNM. Cette « vallée » d'équilibre contient effectivement des zones stables, mais aussi une zone instable pour des densités autour d'une particule par centimètre cube. Du gaz dans ce domaine évoluera donc spontanément vers l'une des phases stables.

Passer du WNM au CNM demande donc des processus non thermiques. Le WNM n'est pas gravitationnellement instable, d'après les valeurs de la table 1.1, puisque la longueur de Jeans correspondante dépasse largement l'épaisseur d'un disque galactique (de l'ordre de la centaine de parsecs). Il faut donc envisager d'autres processus donnant lieu à une « condensation » de cette phase tiède. Nous le verrons plus tard, la turbulence joue ici un rôle important, car elle a tendance à créer des structures à petite échelle. Le détail du processus étant l'objet de cette thèse, une analyse plus poussée suivra.

La longueur de Jeans associée à une agglomération de CNM est de l'ordre de quelques parsecs. Il est donc *a priori* possible qu'une partie de ce gaz s'effondre sous l'effet de la gravité, donnant naissance à des filaments et des cœurs denses. Ces cœurs denses s'effondrent à leur tour, et le processus se poursuit jusqu'à la formation d'étoiles. Mais l'histoire ne s'arrête pas là. Tout au long de leur vie, les étoiles expulsent une partie de la matière qui les compose dans le milieu interstellaire. En particulier, la fin de

vie des étoiles massives (dont la masse est supérieure à huit fois la masse du Soleil environ) est marquée par une explosion appelée *supernova*, qui éjecte une grande partie du gaz de l'étoile dans le milieu interstellaire. Les supernovae sont un moyen efficace pour enrichir le gaz interstellaire d'éléments plus lourds que l'hydrogène. Les étapes de fusion successives durant la vie d'une étoile créent de l'hélium, du carbone, de l'oxygène, etc., jusqu'au fer si l'étoile est suffisamment massive pour entretenir la fusion assez longtemps (Burbidge *et al.*, 1957). Les supernovae sont elles aussi responsables de l'apparition d'un grand nombre d'éléments chimiques (Woosley *et al.*, 1973), et en fait de la majeure partie des éléments au-delà de la troisième ligne du tableau périodique.

Cette rétroaction des étoiles sur le milieu qui les entoure injecte majoritairement du gaz dans la phase chaude, même si, nous le verrons plus tard, elle peut aussi «évaporer» le CNM, l'empêchant ainsi de former des étoiles. On a donc un cycle complexe du gaz interstellaire comportant de grandes variations de densité et de température. Ce cycle est schématisé en figure 1.1

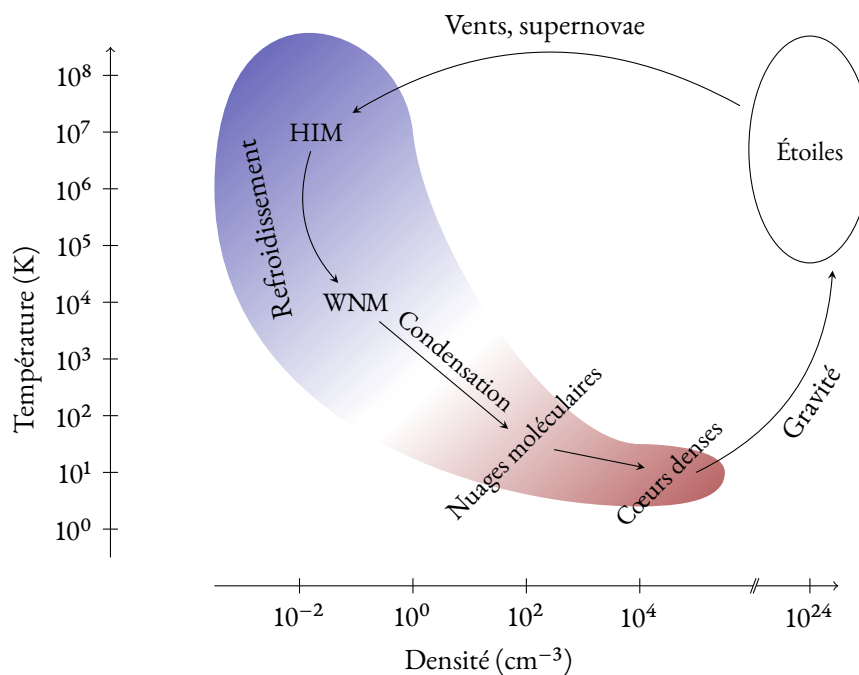


FIGURE 1.1 – Le cycle (simplifié) de la matière interstellaire. La zone en couleur représente le domaine de densités et températures où se trouve la majorité du gaz.

On peut déjà remarquer ici que les processus à l'œuvre dans le cycle sont nombreux. On y trouve des effets thermodynamiques et chimiques, mais aussi des phénomènes d'ordre mécanique comme la gravité, les vents et les supernovae. Le rayonnement joue lui aussi un rôle important. Comprendre le fonctionnement du milieu interstellaire requiert donc une vision synthétique de ces diverses composantes, ou du moins une estimation de leur importance, afin de tenir compte des phénomènes principaux. La prochaine section fait un tour d'horizon de ces processus physiques.

1.2 La physique à l'échelle galactique

L'une des grandes particularités de l'astrophysique moderne, est qu'elle rassemble des thématiques physiques très larges. Même en laissant de côté les problématiques à très grande échelle (cosmologie) et très fort champ gravitationnel (relativité générale), il reste un vaste domaine, allant de l'interaction rayonnement-matière à la mécanique des fluides, en passant par la chimie et la gravitation. L'un des défis majeurs du milieu interstellaire réside dans le fait que les densités d'énergie des divers phénomènes sont comparables (voir notamment Agertz *et al.*, 2013). Cette section fait un tour d'horizon de la physique en jeu, avec des discussions sur l'importance relative des différents processus.

1.2.1 Le gaz interstellaire

Vu les densités en jeu dans le milieu interstellaire (en général entre 10^{-3} et 10^4 particules par centimètre cube), on peut sans hésitation considérer ce milieu comme un gaz très diffus (à titre de comparaison, l'atmosphère terrestre compte environ 10^{19} particules par centimètre cube). Ce gaz, bien que diffus, est souvent modélisé comme un fluide (mon travail ne déroge pas). Afin de justifier ce modèle, estimons le libre parcours moyen d'une particule. Le libre parcours moyen est la distance moyenne que parcourt une particule sans être diffusée. Elle peut s'exprimer comme suit :

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}, \quad (1.3)$$

où n est la densité de particules, et σ la section efficace du processus de diffusion considéré. Pour le milieu interstellaire neutre, on peut estimer la section efficace de diffusion entre particules par la surface d'un disque ayant comme rayon le double³ du rayon de Bohr classique de l'atome d'hydrogène (rappelons que le milieu interstellaire est majoritairement formé d'hydrogène). On obtient alors

$$\lambda \approx (10^{-3} \text{ pc}) \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1}. \quad (1.4)$$

Pour des échelles caractéristiques suffisamment grandes $L \gg \lambda$, on peut supposer que les particules subissent suffisamment de collisions pour que leur distribution en vitesse suive une distribution Maxwellienne. Dans ce régime, on peut sans problème modéliser le gaz interstellaire par un fluide.

En ce qui concerne les ions, les processus de recombinaison entrent en jeu et diminuent le libre parcours moyen. Sans rentrer dans les détails, la distance moyenne entre les électrons et les ions est de l'ordre de la longueur de Debye

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_B T}{4\pi n e^2}} \approx (2 \times 10^{-16} \text{ pc}) \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/2} \left(\frac{T}{10^4 \text{ K}} \right)^{1/2}. \quad (1.5)$$

Les collisions électrons-ions sont donc beaucoup plus probables que les collisions entre atomes, ce qui justifie l'approximation fluide dans le gaz diffus mais fortement ionisé. Notons que cet argument reste très qualitatif : cette distance est bien plus grande que la distance inter-particule, qui est de l'ordre du centimètre au mètre⁴ pour du gaz diffus.

On peut donc raisonnablement représenter le milieu interstellaire comme un fluide. Les équations

3. Cela revient à représenter les atomes par des sphères dures de la taille de l'atome de Bohr.

4. $1 \text{ cm} \approx 3,2 \times 10^{-19} \text{ pc}$

correspondant à ce modèle sont les équations d'Euler :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = \frac{1}{\rho} (\vec{F} - \vec{\nabla} P), \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((\mathcal{E} + P) \vec{v}) = W + Q, \quad (1.8)$$

où ρ , \vec{v} et P sont respectivement la densité, la vitesse et la pression, \vec{F} est la résultante des forces appliquées au fluide, exprimée par unité de volume, $\mathcal{E} = 1/2 \rho v^2 + \rho e$ est la densité d'énergie par unité de volume, e est l'énergie thermique par unité de masse, W correspond au travail de la force \vec{F} , et Q est une source d'énergie (chauffage / refroidissement, etc.). L'équation (1.6) décrit la conservation de la masse, l'équation (1.7) celle de la quantité de mouvement, et l'équation (1.8) la conservation de l'énergie. Afin de tenir compte des différents processus astrophysiques, nous serons amenés à préciser \vec{F} , W et Q , et à ajouter des équations.

Notons que nous avons négligé la force de friction due à la viscosité

$$\vec{F}_{visc} = \rho \nu \Delta \vec{v}, \quad (1.9)$$

où ν est le coefficient de viscosité cinématique. Son importance par rapport aux termes du premier membre de l'équation (1.7) peut être quantifiée par le nombre de Reynolds $Re = LV/\nu$ où L et V sont les échelles caractéristiques de longueur et de vitesse. Dans le milieu interstellaire froid, ce nombre est de l'ordre de 10^5 à 10^7 (Elmegreen & Scalo, 2004), ce qui signifie que l'on peut aisément négliger les effets de la viscosité par rapport au transport du fluide.

Au vu des faibles densités, il est raisonnable de considérer le gaz interstellaire comme un gaz parfait. On peut donc relier la pression à la densité et à la température via la loi des gaz parfaits

$$P = nk_B T, \quad (1.10)$$

où n est la densité de particules ($\rho = \mu m_H n$ où m_H est la masse de l'atome d'hydrogène, et μ la masse moyenne par particule). De plus, on suppose une équation d'état polytropique reliant l'énergie thermique et la pression :

$$P = (\gamma - 1) \rho e, \quad (1.11)$$

où γ est l'indice polytropique. Compte tenu de la composition chimique du gaz interstellaire, on a en général $\gamma = 5/3$ (gaz monoatomique) et $\mu \approx 1.4$.

1.2.2 La gravité

L'un des premiers phénomènes que nous avons évoqué est la gravité. Dans un bref excès de rigueur, vérifions tout d'abord que la théorie de Newton suffit aux échelles galactiques (si l'on se place suffisamment loin du trou noir central, et d'éventuels objets compacts, évidemment). Pour un objet de taille caractéristique R et de masse M , on peut déduire un nombre sans dimension :

$$\alpha = \frac{GM}{Rc^2} \approx 4.8 \times 10^{-14} \left(\frac{R}{1 \text{ pc}} \right)^{-1} \left(\frac{M}{1 M_\odot} \right). \quad (1.12)$$

Ce nombre peut s'interpréter comme le rapport du rayon de Schwarzschild d'un objet de masse M et de son rayon R . Pour une galaxie telle que la nôtre, on a $R \sim 10 \text{ kpc}$ et $M \sim 10^{12} M_\odot$, ce qui nous donne $\alpha \sim 4.8 \times 10^{-6}$. On peut donc sans risque se placer dans le cadre de la gravitation Newtonienne.

Dans le cadre de la dynamique du milieu interstellaire, il est pertinent de considérer la gravité comme l'interaction d'un champ avec la matière. On peut choisir par exemple comme champ de base le potentiel gravitationnel ϕ . Ce potentiel est lié à la distribution de masse via l'équation de Poisson

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho. \quad (1.13)$$

Alors, force de gravité s'exerçant sur un petit volume de fluide δV s'écrit $\delta\vec{F}_{grav} = -\delta M\vec{\nabla}\phi = -\delta V\rho\vec{\nabla}\phi$. On en déduit donc la contribution de la gravité à l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{F}_{grav} = -\rho\vec{\nabla}\phi. \quad (1.14)$$

On remarquera que l'équation de Poisson (1.13) ne tient compte que du gaz. Or, dans une galaxie, les étoiles et le halo de matière noire apportent une contribution significative au champ de gravité à grande échelle. Aux échelles intermédiaires, on peut représenter ce champ par un potentiel moyen, par exemple en utilisant le modèle de Kuijken & Gilmore (1989) :

$$\Phi(z) = K\left(\sqrt{z^2 + D^2} - D\right) + Fz^2, \quad (1.15)$$

où D , K et F sont des paramètres liés respectivement à l'épaisseur du disque, la densité de colonne du disque et la densité du halo de matière noire. On a donc une contribution supplémentaire à la force de gravité :

$$\vec{F}_{gal} = -\rho\vec{\nabla}\Phi. \quad (1.16)$$

Notons tout de même que ce potentiel n'est valable qu'à l'intérieur du halo de matière noire (l'expression donnée ici tend vers l'infini lorsqu'on s'éloigne du plan galactique). Dans notre cas, ce n'est pas une complication, vu que nous sommes intéressés uniquement par ce qui se passe à l'intérieur (ou éventuellement au voisinage proche) du disque galactique. Si l'on identifie ce potentiel à une densité supplémentaire ρ_{KG} via l'équation de Poisson, on obtient :

$$\rho_{KG}(z) = \frac{1}{4\pi G}\Delta\Phi(z) = \frac{K}{4\pi G}\frac{D^2}{(z^2 + D^2)^{3/2}} + \frac{F}{2\pi G}. \quad (1.17)$$

On retrouve la contribution de deux termes : le premier tient compte de la distribution d'étoiles et de poussière (formant un disque d'épaisseur caractéristique D), et le second de la distribution de matière noire supposée uniforme. Le profil de densité est représenté en figure 1.2.

1.2.2.1 Une théorie simple de l'instabilité gravitationnelle

Afin de quantifier les considérations de stabilité par rapport à la gravité, que nous avons déjà abordées au début de ce chapitre, nous pouvons considérer un modèle simple : une perturbation d'un milieu fluide initialement homogène. Ce modèle a été proposé par James Jeans (Jeans, 1902). Écrivons donc les équations d'Euler en présence d'un champ gravitationnel :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}) = 0, \quad (1.18)$$

$$\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}\right) + \vec{\nabla}P = -\rho\vec{\nabla}\phi, \quad (1.19)$$

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho, \quad (1.20)$$

5. Un autre choix possible serait la force qui en découle.

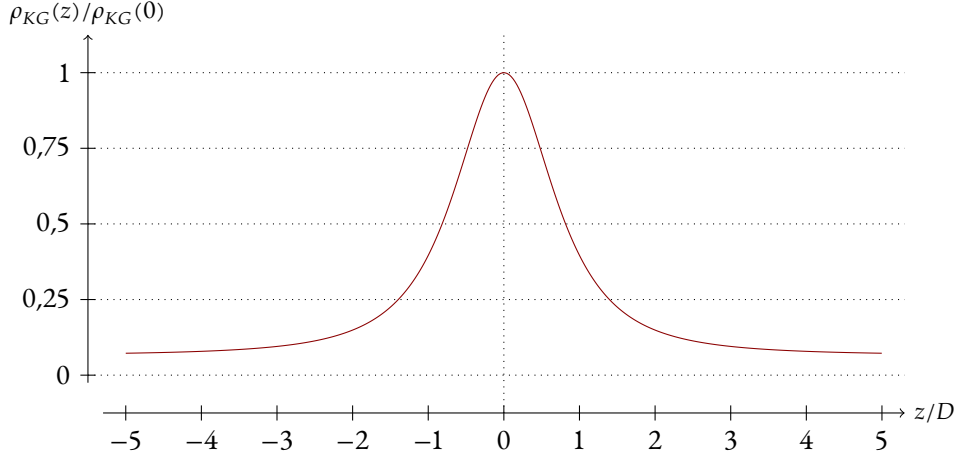


FIGURE 1.2 – La densité correspondant au modèle de Kuijken & Gilmore (1989) pour les étoiles et la matière noire. On a choisi $F = 3,5 \times 10^{-2} K/D$.

où ρ , \vec{v} , P , ϕ sont respectivement la densité, la vitesse, la pression et le potentiel gravitationnel ; G est la constante de gravitation universelle. Écrivons maintenant nos champs comme une perturbation d'un milieu initialement homogène et sans vitesse. On utilisera l'indice 0 pour la partie à l'équilibre et l'indice 1 pour la perturbation.

$$\rho = \rho_0 + \rho_1, \quad \vec{v} = \vec{v}_1, \quad \phi = \phi_0 + \phi_1. \quad (1.21)$$

On introduit de plus la vitesse du son $c_s(\rho, X)$, où X est une variable thermodynamique supposée constante (la température ou l'entropie, par exemple). Alors par définition

$$c_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_X. \quad (1.22)$$

Notons que le milieu ne peut physiquement pas être infini, sinon le potentiel devrait diverger à l'infini d'après l'équation (1.20). L'argument consistant à dire que l'équation de Poisson peut être écrite directement pour le potentiel perturbé (équation (1.25)) est considéré par certains auteurs comme une escroquerie (*the Jeans swindle*). Un moyen de résoudre ce problème est discuté par Kiessling (2003). En laissant de côté cette complication (c'est en fait l'équation (1.20) qui est incorrecte dans le cas d'un milieu infini), on peut écrire les équations linéarisées :

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 = 0, \quad (1.23)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + c_s^2 \vec{\nabla} \rho_1 = -\rho_0 \vec{\nabla} \phi_1, \quad (1.24)$$

$$\Delta \phi_1 = 4\pi G \rho_1. \quad (1.25)$$

Prenons la dérivée temporelle de l'équation (1.23) et la divergence de l'équation (1.24). On obtient :

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = 0, \quad (1.26)$$

$$\rho_0 \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + c_s^2 \Delta \rho_1 = -\rho_0 \Delta \phi_1. \quad (1.27)$$

En combinant ces deux équations avec l'équation (1.25), on obtient une équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta \rho_1 = 4\pi G \rho_0 \rho_1. \quad (1.28)$$

Supposons donc une perturbation sous forme d'onde plane $\rho_1(\vec{x}, t) = A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}$. On obtient alors la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0. \quad (1.29)$$

Remarquons qu'il existe un k_J tel que lorsque $|k| < k_J$, l'une des deux valeurs possibles de ω a une partie imaginaire négative, ce qui se traduit par une croissance exponentielle de ρ_1 au cours du temps. De cette valeur particulière k_J , on déduit la *longueur de Jeans* :

$$\lambda_J = \frac{2\pi}{k_J} = \left(\frac{\pi c_s^2}{G \rho_0} \right)^{1/2}. \quad (1.30)$$

Toute fluctuation de longueur d'onde supérieure à la longueur de Jeans est donc gravitationnellement instable. On peut aussi définir la *masse de Jeans* qui est la masse maximale d'une sphère gravitationnellement stable :

$$M_J = \frac{4}{3} \pi \rho_0 \left(\frac{\lambda_J}{2} \right)^3. \quad (1.31)$$

La longueur et la masse de Jeans nous donnent des repères simples pour quantifier l'influence de la gravité. Cependant, le modèle d'instabilité tel que nous l'avons étudié ne tient compte que de la gravité, là où de nombreux processus sont susceptibles d'intervenir pour contrer l'effondrement. D'autres approches, comme celle du viriel, essaient de tenir compte de cela, mais il est très difficile de qualifier la stabilité d'un système gravitationnel complexe. Nous ne nous aventurerons pas dans ces complications.

1.2.3 Le champ magnétique

Remarque concernant les unités : il existe de nombreux systèmes d'unités pour l'électromagnétisme. Nous utiliserons le système d'*unités Gaussiennes*, comme utilisé le plus souvent dans la littérature.

Au vu des mesures de champ magnétique effectuées dans le milieu interstellaire (notamment, Crutcher *et al.*, 2010), et de son influence avérée sur la formation d'étoiles et la dynamique du milieu interstellaire en général (par exemple, Shu *et al.*, 1987), c'est un élément à ne pas négliger dans l'étude du milieu interstellaire. Comme nous l'avons déjà évoqué, une partie du gaz interstellaire est ionisé. La présence de charges le rend sensible (du moins en partie) à la force de Lorentz. En toute rigueur, il faudrait traiter les ions, les électrons et les neutres comme des fluides distincts. En pratique, nous pouvons laisser de côté les électrons, car leur masse est très faible devant celle des autres espèces en présence. Leur seul effet notoire est l'équilibrage des charges. Il faudrait cependant décrire séparément les ions et les neutres.

Afin d'alléger les calculs, nous allons considérer uniquement le fluide «moyen», regroupant les ions et les neutres (en supposant que les collisions ions-neutres assurent une homogénéité suffisante au sein du fluide). On peut montrer que les équations de ce fluide restent similaires aux équations d'Euler, avec bien sûr l'ajout de la force de Lorentz (uniquement magnétique, puisque nous avons supposé que

les charges s'équilibraient aux échelles qui nous intéressent ⁶⁾ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (1.32)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = \vec{F} - \vec{\nabla} P + \frac{1}{c} \vec{J} \wedge \vec{B}, \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((\mathcal{E} + P) \vec{v}) = W + Q + \vec{J} \cdot \vec{E}, \quad (1.34)$$

où \vec{J} est le courant, \vec{E} le champ électrique et \vec{B} le champ magnétique (les autres variables ont la même signification que dans les équations (1.6) à (1.8)). Notons que le courant dépend uniquement de la vitesse des ions et des électrons, et donc en général $\vec{J} \neq \rho_e \vec{v}$, où ρ_e est la densité de charges libres.

Afin de fermer le système, nous devons ajouter les équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_e, \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.35)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.36)$$

Nous pouvons faire quelques approximations utiles. Tout d'abord, étudions les variations du champ électrique. Supposons que le champ électrique évolue avec un temps caractéristique τ . On peut comparer les deux termes du second membre l'équation (1.36) droite :

$$\alpha = \frac{E}{c\tau} \cdot \frac{c}{4\pi J} = \frac{1}{4\pi\sigma\tau}, \quad (1.37)$$

où $\sigma = J/E$ est la conductivité électrique du fluide. Le modèle de conductivité de Spitzer (Spitzer & Härm, 1953) donne un ordre de grandeur $\sigma \gtrsim 10^6 \text{ s}^{-1}$, soit

$$\alpha \lesssim 10^{-7} \left(\frac{\tau}{1 \text{ s}} \right)^{-1}. \quad (1.38)$$

Nous pouvons donc négliger la dérivée temporelle du champ électrique, au vu des échelles de temps que nous considérons :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}. \quad (1.39)$$

Réécrivons maintenant le champ électrique à l'aide de la loi d'Ohm :

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{J} - \frac{1}{c} \vec{v} \wedge \vec{B}. \quad (1.40)$$

On peut alors réécrire les équations de Maxwell, en éliminant aussi \vec{J} à l'aide de l'équation (1.39), ce qui nous donne l'équation d'induction

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \vec{B}. \quad (1.41)$$

L'importance du terme de diffusion magnétique présent dans cette équation est donnée par le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \mu_0 L V \sigma$ (où $\mu_0 = 4\pi/c^2$ en unités Gaussiennes), où L et V sont les échelles caractéristiques de longueur et de vitesse. En utilisant l'estimation précédente pour la conductivité électrique, on trouve $R_m \gtrsim 10^9$. La diffusion magnétique peut donc elle aussi être négligée.

6. la longueur caractéristique de ce phénomène étant la longueur de Debye, que nous avons calculée précédemment, et qui est effectivement petite par rapport aux échelles que nous allons considérer (de l'ordre du parsec)

Enfin, nous pouvons réécrire le terme de travail électromagnétique à l'aide des équations (1.39) et (1.40) :

$$\vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{1}{4\pi} \frac{c^2}{4\pi\sigma} (\vec{\nabla} \wedge \vec{B})^2 - \frac{1}{4\pi} (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (1.42)$$

En comparant l'importance des deux termes, on constate que le premier terme peut être négligé, car il est d'ordre R_m^{-1} . Avec toutes ces simplifications, on obtient les équations de la *magnétohydrodynamique* (MHD) *idéale* :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (1.43)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = \vec{F} - \vec{\nabla} P + \frac{1}{4\pi} (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{B}, \quad (1.44)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((\mathcal{E} + P) \vec{v}) = W + Q - \frac{1}{4\pi} (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}), \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0. \quad (1.46)$$

Notons enfin que d'après l'équation (1.46), $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ est une constante au cours du temps, donc la contrainte $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ est vérifiée automatiquement si elle l'est à un instant donné (par exemple comme condition initiale).

1.2.4 La chimie et le rayonnement

Le milieu interstellaire est le siège de réactions chimiques assez différentes de ce que l'on connaît sur Terre. En effet, les densités sont tellement faibles que beaucoup d'espèces, pourtant instables et très réactives, peuvent subsister et être observées. Le rayonnement occupe lui aussi un rôle important dans cette chimie (Draine, 1978), en particulier dans la phase chaude du milieu interstellaire, où il agit comme un moyen de refroidissement. Au contraire, dans la phase froide, il peut dissocier les molécules présentes et réchauffer le gaz et les poussières. Les processus chimiques étant très variés et complexes, il serait difficile de les traiter explicitement dans des simulations à grande échelle (voir Valdivia *et al.*, 2016, pour un exemple à petite échelle). Nous allons donc nous contenter de survoler le sujet, et présenter les modèles utilisés dans mes simulations. En particulier, nous sommes intéressés par la thermodynamique du milieu interstellaire, et pas explicitement par sa composition.

1.2.4.1 La thermodynamique radiative

Si nous partons du principe que nous pouvons modéliser la composition chimique du gaz à partir de son état thermodynamique (densité et température, par exemple), l'impact des réactions chimiques peut se résumer au bilan d'énergie de celles-ci. Que l'énergie en question soit principalement thermique (énergie cinétique des réactifs et produits) ou radiative (émission ou absorption de rayonnement), nous pouvons a priori écrire une *fonction de chauffage-refroidissement* $\mathcal{L}(n, T)$ (appelée aussi fonction de pertes, ou *loss function* en anglais, d'où la lettre \mathcal{L}) donnant la diminution d'énergie par unité de masse et de temps pour un gaz de densité particulaire n et de température T . On peut la décomposer en chauffage et refroidissement. L'étude des divers processus suggère d'utiliser la formulation suivante :

$$\rho \mathcal{L}(n, T) = n^2 \Lambda(n, T) - n \Gamma(n, T), \quad (1.47)$$

où Λ est le terme de refroidissement (*loss*), et Γ le terme de chauffage (*gain*). Les processus de chauffage et de refroidissement du gaz jusqu'à 10^4 K ont été étudiés en détail par Wolfire *et al.* (1995, 2003). En voici un résumé.

En ce qui concerne le chauffage, le processus le plus efficace est l'effet photoélectrique sur les éléments lourds (molécules complexes) et sur les grains (particules solides) : le rayonnement ultraviolet, omniprésent (Draine, 1978), peut ioniser des atomes et des molécules. Les photons d'énergie supérieure à 13,6 eV peuvent ioniser directement l'hydrogène, alors que les photons d'énergie plus faible ioniseront préférentiellement des atomes plus lourds, à la surface des grains ou dans des molécules (on peut citer notamment les hydrocarbures aromatiques polycycliques, souvent notés PAH, qui sont abondants dans le milieu interstellaire). Dans les deux cas, les électrons arrachés emportent une part significative de l'énergie du photon incident, ce qui se traduit par un échauffement global du gaz. On peut modéliser ce refroidissement par l'équation suivante (Bakes & Tielens, 1994) :

$$\Gamma = G_0 \epsilon \cdot 10^{-24} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}, \quad (1.48)$$

où G_0 décrit l'intensité du champ de rayonnement (nombre sans dimension de l'ordre de l'unité), et ϵ décrit la fraction d'UV absorbés. ϵ dépend de la température et de la densité d'électrons via le rapport $G_0 T^{1/2} / n_e$ (de l'ordre de quelques 10^{-2} lorsque ce rapport est petit, et décroissant). Ce processus est cependant possible seulement dans le gaz diffus, un amas de gaz dense ne sera affecté qu'en surface. Le gaz dense peut être chauffé par les rayons cosmiques, c'est-à-dire des particules de haute énergie. On peut estimer le chauffage par les rayons cosmiques à l'aide du modèle suivant (Goldsmith, 2001) :

$$\Gamma_{CR} \approx 10^{-27} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}. \quad (1.49)$$

Pour le refroidissement, de nombreuses réactions peuvent se produire ; la plupart impliquent des recombinaisons entre électrons et ions avec émission de photons. Pour des températures inférieures à 10^4 K, le carbone et l'oxygène sont les principaux agents du refroidissement (Wolfire *et al.*, 1995). Pour les températures plus élevées, les recombinaisons des divers ions s'ajoutent aux effets de *bremsstrahlung* ; ces processus peuvent être résumés dans une fonction de refroidissement, tabulée par Sutherland & Dopita (1993). La fonction de refroidissement combinant ces deux modèles est tracée en figure 1.3.

1.2.4.2 La thermodynamique du milieu interstellaire

La fonction de refroidissement que nous venons de décrire modifie l'équilibre thermodynamique du gaz : ce dernier a tendance à évoluer spontanément vers une zone où le chauffage et le refroidissement se compensent exactement. Vu la complexité de la fonction de chauffage-refroidissement, il faut recourir à un outil numérique pour caractériser cette zone. On peut résoudre numériquement $\mathcal{L}(n, T) = 0$, en choisissant par exemple de se ramener à une fonction d'une variable $\mathcal{L}(n_0, T)$ où n_0 est une densité fixée. En répétant le processus, on obtient la courbe d'équilibre tracée en figure 1.4. On voit d'ores et déjà apparaître un régime à environ 10^4 K pour toute la plage de densités inférieures à 1 cm^{-3} , et une zone de transition rapide vers des températures plus faibles.

Si l'on change de variable, et que l'on trace la fonction de refroidissement en fonction de la pression (en supposant un gaz parfait), on obtient la courbe tracée en figure 1.5. Pour une pression fixée entre (approximativement) 10^{-13} et $10^{-12} \text{ erg cm}^{-3}$, on remarque qu'il existe a priori trois densités possibles pour un gaz à l'équilibre : Le gaz tiède (WNM et WIM) à basse densité, et le gaz froid (CNM) à forte densité. Pour la densité intermédiaire, on peut noter un comportement quelque peu inhabituel : la pression est une fonction décroissante de la température. Montrons que ce régime est thermodynamiquement instable. Cette instabilité a été étudiée en détail par George B. Field (Field, 1965).

Soit un système thermodynamique formé de N particules, caractérisé par sa densité moyenne n et sa température T . On peut alors écrire la variation de son entropie (massique) lors d'une transformation réversible :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = - \frac{\mathcal{L}}{T} dt, \quad (1.50)$$

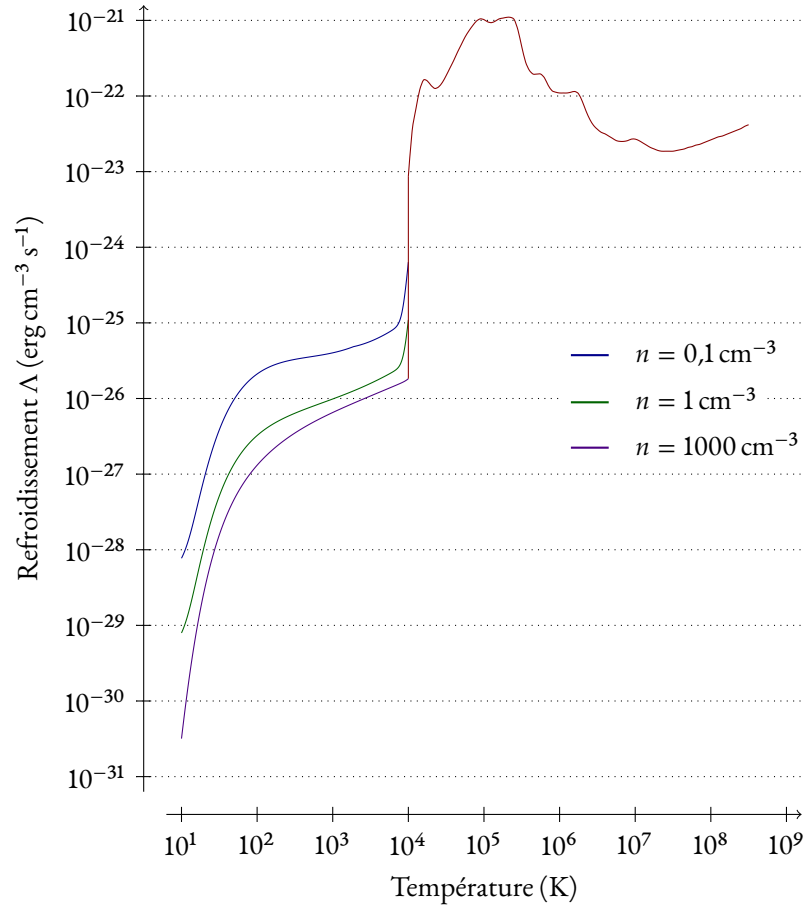


FIGURE 1.3 – La fonction de refroidissement modélisant le milieu interstellaire. La partie basse température correspond au modèle de Wolfire *et al.* (2003) pour différentes valeurs de densité, tandis que la partie haute température correspond au modèle de Sutherland & Dopita (1993).

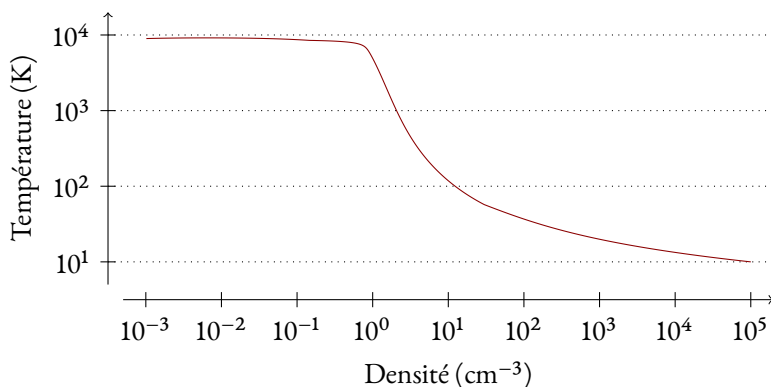


FIGURE 1.4 – La courbe d'équilibre associée à la fonction de chauffage-refroidissement.

où l'on a noté δQ l'énergie thermique par unité de masse gagnée par le système. Supposons que notre gaz est proche de l'équilibre, et notons $n = n_{eq} + \Delta n$ et $T = T_{eq} + \Delta T$ avec $\mathcal{L}(n_{eq}, T_{eq}) = 0$. On notera de même $\Delta X = X(n, T) - X(n_{eq}, T_{eq})$ la différence entre les valeurs d'une quantité X entre l'état courant et l'état d'équilibre. On peut, en particulier, écrire la dérivée temporelle de la différence d'entropie :

$$\frac{d}{dt} (\Delta S) = -\Delta \left(\frac{\mathcal{L}}{T} \right). \quad (1.51)$$

On peut maintenant formuler une condition d'instabilité. Si ΔS et $\Delta(\mathcal{L}/T)$ sont de même signe, ΔS évoluera vers 0. On a donc instabilité si les signes sont opposés. Si l'on choisit comme variables l'entropie et une grandeur maintenue constante C , ce critère d'instabilité revient à dire qu'au voisinage de l'équilibre, \mathcal{L}/T est une fonction décroissante de l'entropie :

$$\left(\frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\mathcal{L}}{T} \right) \right)_C < 0. \quad (1.52)$$

Rappelons que l'entropie d'un gaz parfait peut s'écrire :

$$S(n, T) = \frac{\mathcal{R}}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \mathcal{R} \ln \left(\frac{n}{n_0} \right) + S_0, \quad (1.53)$$

où n_0 , T_0 et S_0 sont des constantes, et $\mathcal{R} = k_B / (\mu m_H)$ est la constante du gaz par unité de masse. Le temps caractéristique du refroidissement étant en général très court par rapport au temps dynamique, on peut supposer que les perturbations du système se font à pression constante. En changeant de variables dans la fonction de refroidissement, on peut alors écrire

$$\left(\frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\mathcal{L}}{T} \right) \right)_P = \frac{1}{\mathcal{R}} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_n - \frac{n}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} \right)_T - \frac{\mathcal{L}}{T} \right). \quad (1.54)$$

On observe sur la figure 1.4 que l'état d'équilibre peut être paramétré par sa densité n et une température $T_{eq}(n)$. En dérivant la condition d'équilibre $\mathcal{L}(n, T_{eq}(n)) = 0$, on obtient la relation :

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} \right)_T^{eq} + \frac{dT_{eq}}{dn} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_n^{eq} = 0. \quad (1.55)$$

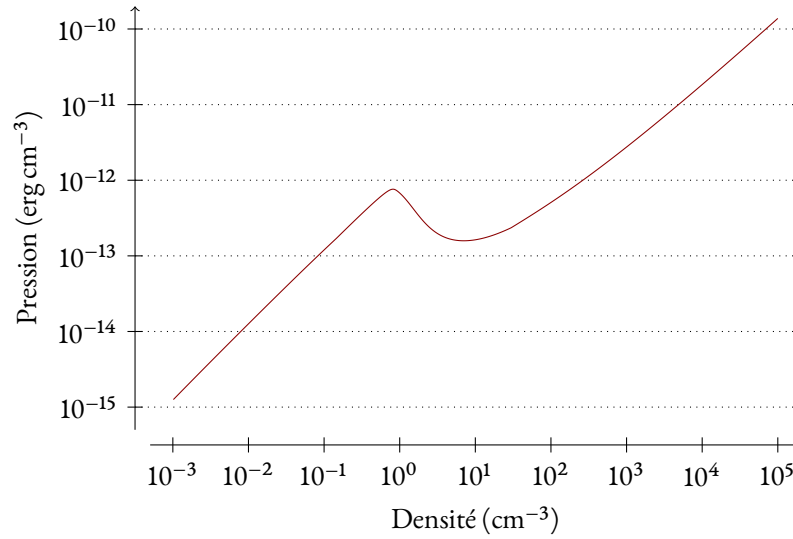


FIGURE 1.5 – La courbe d’équilibre associée à la fonction de chauffage-refroidissement, en fonction de la densité et de la pression.

On peut donc réécrire l’équation (1.54) à l’équilibre :

$$\left(\frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\mathcal{L}}{T} \right) \right)_P^{eq} = \frac{1}{\mathcal{R}} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_n^{eq} \left(1 + \frac{n}{T_{eq}} \frac{dT_{eq}}{dn} \right). \quad (1.56)$$

Le facteur entre parenthèses prend une forme simple si on l’écrit par rapport à la pression à l’équilibre $P_{eq} = nk_B T_{eq}$:

$$1 + \frac{n}{T_{eq}} \frac{dT_{eq}}{dn} = \frac{1}{k_B T_{eq}} \left(k_B T_{eq} + nk_B \frac{dT_{eq}}{dn} \right) = \frac{1}{k_B T_{eq}} \frac{dP_{eq}}{dn}. \quad (1.57)$$

Dans les domaines d’équilibre, on a en général $\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_n > 0$. La condition d’instabilité (1.52) se réécrit donc simplement :

$$\frac{dP_{eq}}{dn} < 0. \quad (1.58)$$

D’après la figure 1.5, le gaz entre 1 et 10 cm^{-3} (environ) est donc thermiquement instable, et évoluera de manière à rejoindre une zone plus stable. En pratique, la direction d’évolution est déterminée par les actions extérieures (par exemple, les forces de pression). On sépare donc le gaz à l’équilibre en deux phases, que nous avons déjà vues : le CNM et le WNM / WIM.

1.3 Les modèles phénoménologiques

En plus des fondements théoriques que nous venons de décrire, la richesse du milieu interstellaire nous pousse à formuler des modèles en vue d’expliquer des phénomènes multi-physiques et multi-échelles. Comme nous l’avons déjà évoqué au début de ce chapitre, le milieu interstellaire s’étend sur des distances de l’ordre de la centaine de parsecs, et présente des structures jusqu’à des échelles de l’ordre du million de kilomètres (soit plusieurs milliards de fois plus petit). Au vu de cette complexité, il est nécessaire d’établir une phénoménologie basée sur les résultats d’observations et de simulations, et des modèles théoriques lorsque c’est possible.

1.3.1 La formation des étoiles

L'acteur principal dans la formation des étoiles est la gravité, qui permet la contraction d'un amas de gaz sur une large gamme d'échelles. Du point de vue du milieu interstellaire et des échelles qui nous intéressent (parsec en distance, million d'années en temps), il n'est heureusement pas nécessaire de traiter l'intégralité du processus. Nous pouvons nous focaliser sur les premières étapes : formation des nuages moléculaires, formation de filaments et cœurs denses. Dans cette optique, on peut se baser sur des outils statistiques. Pour ce qui concerne l'évolution d'une galaxie, on peut estimer le nombre d'étoiles qui se forment par unité de temps, ainsi que leur distribution en masse. C'est ainsi que l'on définit les concepts de taux de formation d'étoiles (SFR, pour *Star formation rate*), et de fonction de masse initiale (IMF, pour *initial mass function*). Nous nous intéresserons principalement au taux de formation d'étoiles.

Plutôt que de parler du nombre d'étoiles qui se forment par unité de temps, on définit en général le taux de formation d'étoiles comme étant la masse d'étoiles formées dans un système (par exemple, une galaxie) par unité de temps :

$$dM_{\star}^{tot} = SFR dt, \quad (1.59)$$

où M_{\star} est la masse totale d'étoiles dans la galaxie. On peut raffiner un peu en autorisant cette quantité à varier au sein même d'une galaxie. Les observations donnant en général accès à des quantités intégrées le long d'une ligne de visée, on définit le taux surfacique de formation d'étoiles :

$$dM_{\star} = \Sigma_{SFR} dS dt, \quad (1.60)$$

défini comme le nombre d'étoiles formées par unité de surface (sous-entendu dans le plan de la galaxie) et de temps. Ce formalisme permet aussi de comparer aisément des statistiques menées sur des champs d'observation plus ou moins grands.

Essayons de donner un ordre de grandeur du taux de formation d'étoiles au sein d'une galaxie comme la nôtre. Notre galaxie contient une masse de nuages moléculaires M_c d'environ $2 \times 10^9 M_{\odot}$ (Solomon *et al.*, 1987). On peut définir le temps caractéristique d'effondrement τ_{ff} , appelé *temps de chute libre* (*free-fall time*, d'où la notation), dans un modèle d'effondrement d'une sphère uniforme (Spitzer, 1978) :

$$\tau_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \approx (4,35 \text{ Myr}) \left(\frac{n}{100 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/2}. \quad (1.61)$$

Si l'on considère que le gaz responsable de la formation d'étoiles a une densité supérieure à 100 cm^{-3} , et si l'on suppose que cette formation se produit sur une durée de l'ordre du temps de chute libre, on obtient un taux de formation d'étoiles

$$SFR_{est} \approx \frac{M_c}{\tau_{ff}} \approx 460 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}. \quad (1.62)$$

Le taux de formation d'étoiles mesuré pour notre galaxie est de l'ordre de :

$$SFR_{obs} \approx 2 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}, \quad (1.63)$$

(par exemple Chomiuk & Povich, 2011), soit environ deux cent fois plus petit que la valeur estimée. Ce désaccord est bien connu (Zuckerman & Evans, 1974 ; Dobbs *et al.*, 2014), et son explication détaillée reste sujette à controverse. Cependant, il est assez clair que des processus non-gravitationnels empêchent une formation d'étoiles aussi efficace. Parmi ces processus, nous allons en étudier deux en particulier : la rétroaction des étoiles sur le milieu qui les environne, et la turbulence. Notons en outre que la présence d'un fort champ magnétique crée une force de pression s'opposant à la formation d'étoiles (par exemple Shu *et al.*, 1987). Nous détaillerons cet aspect dans les résultats des simulations.

1.3.2 La rétroaction des étoiles

Nous l'avons déjà évoqué auparavant, les étoiles injectent des quantités significatives de matière et d'énergie dans le milieu interstellaire. Étant donné que la formation d'étoiles nécessite du gaz froid et dense, tout processus permettant de chauffer le milieu est susceptible de ralentir la formation d'étoiles. C'est pourquoi on utilise le terme général de rétroaction (*feedback*). On peut noter trois sources d'énergie majoritaires dues aux étoiles : les vents, le rayonnement et les supernovae. Dans les trois cas, une « bulle » de gaz chaud se forme dans le milieu interstellaire, et interagit avec le gaz sur son passage.

1.3.2.1 Les supernovae

Parmi ces trois sources, celle qui injecte le plus d'énergie est probablement les supernovae. Il existe plusieurs types de supernovae, en fonction du processus précis menant à l'explosion, mais le résultat est le même : on injecte une quantité d'énergie de l'ordre de 10^{51} erg (voir notamment Janka, 2012) dans le milieu interstellaire. La dynamique des restes de supernova a fait l'objet de nombreux modèles (Oort, 1951 ; Sedov, 1959 ; Chevalier, 1974, 1982 ; Ostriker & McKee, 1988 ; Cioffi *et al.*, 1988 ; Blondin *et al.*, 1998, etc.).

Le scénario communément admis se déroule en trois phases. Afin d'illustrer cette évolution, nous prendrons comme exemple l'expansion d'un reste de supernova à symétrie sphérique à travers un milieu uniforme, en donnant les lois d'évolution de son rayon R_s au cours du temps. Tout d'abord, la matière éjectée par la supernova balaye le milieu environnant, emportant avec elle une grande partie du gaz (Chevalier, 1982).

$$R_s(t) \sim \sqrt{\frac{2\alpha E_0}{M_{ej}}} \cdot t, \quad (1.64)$$

où E_0 est l'énergie initiale du reste de supernova, α la fraction d'énergie cinétique et M_{ej} la masse de gaz expulsé (*ejecta*). On peut alors calculer la quantité de masse balayée :

$$M(t) \sim \frac{4}{3} \pi \rho_0 R_s^3(t), \quad (1.65)$$

où ρ_0 est la densité du milieu. Lorsque cette masse devient comparable à la masse d'ejecta, l'évolution devient adiabatique, selon le modèle de Sedov-Taylor (Taylor, 1950 ; Sedov, 1959). Le rayon du reste de supernova s'écrit alors

$$R_s(t) \sim \left(\frac{\beta E_0 t^2}{\rho_0} \right)^{1/5}, \quad (1.66)$$

où $\beta \approx 2,026$ pour un gaz parfait d'indice polytropique $\gamma = 5/3$. Une onde de choc traverse alors le milieu, dont l'intérieur refroidit par conservation de l'énergie (puisque la taille du reste de supernova continue d'augmenter), jusqu'à ce que les processus de refroidissement radiatifs deviennent importants, ce qui peut s'estimer en comparant l'âge du reste de supernova et le temps caractéristique du refroidissement

$$\tau_c = \frac{3}{2} k_B \frac{T_s}{n_s \Lambda(n_s, T_s)}, \quad (1.67)$$

où n_s et T_s sont respectivement la densité et la température du gaz juste après le choc, et Λ est la fonction de refroidissement que nous avons déjà vue. À partir de ce moment, une coquille dense et froide se forme et balaye le milieu interstellaire, tout d'abord grâce à la pression interne (Cioffi *et al.*, 1988), puis à quantité de mouvement constante (Oort, 1951), jusqu'à se mélanger complètement avec le reste du gaz. L'interaction d'un reste de supernova avec un nuage moléculaire fera l'objet du chapitre 5.

1.3.2.2 Les vents

Pendant toute la durée de vie d'une étoile, celle-ci peut libérer de la matière et de l'énergie sous forme de vents. La dynamique des bulles qui en découlent est similaire à celle des restes de supernova (Castor *et al.*, 1975 ; Weaver *et al.*, 1977). De plus, l'énergie injectée est inférieure à celle d'une supernova. Dans le cas d'une étoile massive, des vents puissants peuvent être émis par les dernières phases d'évolution (supergéante et Wolf-Rayet, notamment). Ces phases étant brèves relativement à la durée de vie de l'étoile, on peut estimer que leur effet s'ajoute directement à la supernova que l'on suppose achever l'évolution. L'efficacité et l'impact précis des vents restent cependant sujets à discussion et comparaison avec d'autres processus (Rogers & Pittard, 2013 ; Dale *et al.*, 2013, 2014 ; Geen *et al.*, 2015a).

1.3.2.3 Le rayonnement

Les étoiles produisent une quantité importante de rayonnement tout au long de leur vie, et ce rayonnement est capable de chauffer considérablement le gaz interstellaire, comme nous l'avons vu précédemment. En particulier, les étoiles forment autour d'elles ce que l'on appelle des régions H_{II}⁷. La dynamique de ces régions a fait l'objet de nombreuses études (Kahn, 1954 ; Spitzer, 1978 ; Whitworth, 1979 ; Franco *et al.*, 1990, etc.). L'effet général est la création d'une bulle de WIM à une température d'environ 8400 K et faible densité. On peut modéliser l'évolution d'une telle bulle dans un milieu à symétrie sphérique (Geen *et al.*, 2015b) par

$$R_i(t) = \left(\frac{3}{4\pi} \frac{S_*}{\alpha_B} \right)^{\psi/4} \left(\frac{1}{n_0 r_0^w} \right)^{\psi/2} \left(\frac{1}{\psi} c_i t \right)^{\psi}, \quad (1.68)$$

où S_* est le flux de photons ionisants provenant de l'étoile (exprimé en photons par unité de temps) ; n_0 , r_0 et w sont les paramètres de la distribution en densité : $n(r) = n_0 (r/r_0)^{-w}$; $\alpha_B \approx 3 \times 10^{13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ est le taux de recombinaison du gaz ionisé, $c_i \approx 12,5 \text{ km s}^{-1}$ la vitesse du son dans ce même gaz ; $\psi = 4/(7 - 2w)$. Un modèle numérique de rétroaction des régions H_{II} que j'ai développé sera présenté au chapitre 3.

1.3.3 La turbulence

La turbulence désigne une série d'effets non-linéaires en mécanique des fluides, qui résultent dans des écoulements fortement irréguliers sur une large gamme d'échelles. Revenons un instant à l'équation de conservation de la quantité de mouvement d'un fluide newtonien :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = \frac{1}{\rho} (\vec{F} - \vec{\nabla} P) + \nu \Delta \vec{v}. \quad (1.69)$$

Lorsque l'on compare les termes d'advection $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$ et de viscosité $\nu \Delta \vec{v}$, on constate que le rapport des deux peut s'exprimer à l'aide d'un nombre sans dimension, le nombre de Reynolds (que nous avons déjà évoqué) :

$$\text{Re} = \frac{LV}{\nu}, \quad (1.70)$$

où L et V sont respectivement une longueur et une vitesse caractéristique de l'écoulement. Selon la valeur de ce nombre, on peut observer deux types de régimes (Reynolds, 1895) : si Re est petit, les termes

7. L'indice II dénote le niveau d'ionisation de l'atome, ici il s'agit donc d'hydrogène ionisé, par opposition à l'hydrogène neutre H_I.

visqueux dominant et l'écoulement est régulier, on parle d'écoulement laminaire. On parle de turbulence lorsque le nombre de Reynolds est très grand (nous avons vu que c'est le cas dans le milieu interstellaire), c'est-à-dire lorsque le terme non-linéaire d'advection domine sur la viscosité. Dans ce cas, de forts gradients de vitesse apparaissent, et l'énergie cinétique de l'écoulement se répartit sur de nombreuses échelles de longueur. Il est donc naturel de se pencher sur la relation entre les différentes échelles.

1.3.3.1 La turbulence incompressible

L'approche statistique, développée notamment par Taylor (Taylor, 1935) et Kolmogorov (Kolmogorov, 1941) pour le cas des fluides incompressibles ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$) permet d'obtenir des résultats intéressants, en dépit de la complexité théorique de la turbulence. Si l'on considère le champ de vitesse en chaque point (et dans chaque direction) comme une variable aléatoire, on peut, sous certaines hypothèses, donner notamment des lois d'échelle. On peut alors considérer le champ de vitesse du fluide comme une série de perturbations de plus en plus petites :

$$v_i = \bar{v}_i + v_i^{(1)} + v_i^{(2)} + \dots, \quad (1.71)$$

où i dénote la direction ; la vitesse caractéristique $v^{(n)}$ de la perturbation $v_i^{(n)}$ est alors décroissante en fonction de n , en considérant aussi que l'échelle caractéristique $\ell^{(n)}$ décroît en fonction de n . On en déduit donc que le nombre de Reynolds associé à chacune des perturbations est une fonction décroissante. Ceci témoigne (sans être une preuve rigoureuse) de l'existence d'une échelle caractéristique η , pour laquelle le nombre de Reynolds est suffisamment petit pour que les effets visqueux dominent. Il est donc naturel de voir l'écoulement turbulent comme une cascade d'énergie depuis les grandes échelles jusqu'aux plus petites, où cette énergie est dissipée par viscosité.

Notons ε le taux de dissipation d'énergie par unité de masse et de temps, moyenné sur la distribution de vitesses. La première hypothèse du modèle de Kolmogorov est que cette distribution statistique des vitesses est entièrement caractérisée par les paramètres ν et ε . Introduisons l'*incrément de vitesse*

$$\delta \vec{v}(\vec{y}, s; \vec{x}_0, t) = \vec{v}(\vec{x}_0 + s\vec{v}(\vec{x}_0, t) + \vec{y}, t + s) - \vec{v}(\vec{x}_0, t). \quad (1.72)$$

Alors, on peut montrer, dans l'hypothèse où la turbulence est localement homogène et isotrope (c'est-à-dire que la distribution statistique de l'incrément de vitesse $\delta \vec{v}$ entre deux points ne dépend que de leur distance $|\vec{y}|$, notons au passage que cela suppose une invariance temporelle, condition pouvant être quelque peu relaxée en pratique, voir Kolmogorov (1962)), que l'échelle caractéristique η , et un temps caractéristique associé τ , peuvent s'écrire :

$$\eta = \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}}, \quad \tau = \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}. \quad (1.73)$$

Le nombre de Reynolds correspondant vaut alors 1. En supposant de plus que pour des distances $|\vec{y}|$ grandes devant η la distribution statistique de $\delta \vec{v}$ ne dépend pas de ν (et donc uniquement du taux de dissipation ε), on peut écrire la contribution de l'échelle ℓ à l'énergie cinétique comme $E_\ell(\ell) \propto (\varepsilon \ell)^{2/3}$, soit en termes de nombre d'onde :

$$E(k) \propto \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}. \quad (1.74)$$

$E(k)$ est appelé le *spectre d'énergie*, associé à la turbulence. En effet, on a

$$\left\langle \frac{1}{2} \vec{v}^2 \right\rangle = \int_0^{+\infty} E(k) dk, \quad (1.75)$$

où $\langle \cdot \rangle$ désigne la moyenne statistique.

On peut aussi définir le spectre de puissance, comme la transformée de Fourier de la fonction de corrélation spatiale (à t fixé) de vitesse $Q_{ij}(\vec{r}) = \langle v_i(\vec{x}, t) v_j(\vec{x} + \vec{r}, t) \rangle$:

$$\mathcal{P}(\vec{k}) = \sum_j \iiint Q_{jj}(\vec{r}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}. \quad (1.76)$$

On peut alors relier le spectre de puissance au spectre d'énergie :

$$E(k) = \iint_{|\vec{k}|=k} \mathcal{P}(\vec{k}) d\vec{k}. \quad (1.77)$$

D'où, en supposant toujours l'isotropie,

$$\mathcal{P}(\vec{k}) \propto k^{-d-\frac{2}{3}}, \quad (1.78)$$

où d est la dimension d'espace, soit un exposant $-8/3$ en deux dimensions, et $-11/3$ en trois dimensions.

1.3.3.2 La turbulence compressible

La théorie de Kolmogorov pour la turbulence suppose un fluide incompressible. Or le gaz interstellaire est fortement compressible. Il est donc nécessaire d'adapter le modèle. On peut pour cela revenir à notre modèle perturbatif, en ajoutant la contrainte de perturbations de densité $\rho^{(n)}$ de plus en plus petites. On peut alors donner un modèle empirique (von Weizsäcker, 1951) :

$$\frac{\rho^{(n)}}{\rho^{(n-1)}} = \left(\frac{\ell^{(n)}}{\ell^{(n-1)}} \right)^{-3\alpha}, \quad (1.79)$$

où α mesure le degré de compression : $\alpha = 0$ dans la limite incompressible, et $\alpha = 1$ si la compression est totalement isotrope. Il peut être relié à une dimension fractale des structures $D = 3(1 - \alpha)$.

À partir de ce modèle, on peut donner des approximations au spectre de puissance des différentes grandeurs (Fleck, 1996) :

$$\mathcal{P}_f(k) = \iiint \langle f(\vec{x}, t) f(\vec{x} + \vec{r}, t) \rangle e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}, \quad (1.80)$$

$$\mathcal{P}_\rho \propto k^{6\alpha-d}, \quad (1.81)$$

$$\mathcal{P}_v \propto k^{-d-\frac{2}{3}-2\alpha}, \quad (1.82)$$

$$\mathcal{P}_{\rho^{1/3}v} \propto k^{-d-\frac{2}{3}}. \quad (1.83)$$

Dans les contextes de turbulence astrophysique, une valeur de $\alpha = 1/6$ montre un bon accord avec les observations (Fleck, 1996, et références) et les simulations (par exemple Kritsuk *et al.*, 2007). La variable $\rho^{1/3}v$ est intéressante, en cela qu'elle ne dépend pas du degré de compression α , et s'apparente donc au pendant compressible de la vitesse, son spectre de puissance étant équivalent à celui de la vitesse en turbulence incompressible. Des études plus récentes (Galtier & Banerjee, 2011 ; Federrath, 2013) ont cependant montré que cet accord n'est valide que dans les régions où la turbulence est transonique, et que pour de fortes composantes compressives, son spectre de puissance varierait plutôt en $k^{-d-10/9}$.

Contrairement à la turbulence compressible étudiée en laboratoire, où les densités varient d'un ou deux ordres de grandeur tout au plus, celle du milieu interstellaire présente des contrastes de près d'une dizaine d'ordres de grandeur. Il devient alors important de pouvoir étudier la distribution en densité.

À partir d'arguments phénoménologiques et numériques (Vázquez-Semadeni, 1994), une distribution log-normale a été postulée :

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(\delta - \delta_0)^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (1.84)$$

$$\delta = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right), \quad (1.85)$$

$$\delta_0 = -\frac{\sigma_0^2}{2}, \quad (1.86)$$

où σ_0 décrit la largeur de la distribution de densité autour de la densité moyenne ρ_0 . Cette distribution a été confirmée par les simulations (notamment Kritsuk *et al.*, 2007 ; Federrath *et al.*, 2008, 2010). On peut exprimer le paramètre σ_0 à l'aide de la densité moyenne ρ_0 et de la variance de la distribution de densité σ_ρ^2 :

$$\sigma_0^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_\rho^2}{\rho_0^2}\right). \quad (1.87)$$

On peut mettre en évidence un accord (voir par exemple Kritsuk *et al.*, 2007 ; Federrath *et al.*, 2008) entre les simulations et une loi empirique

$$\frac{\sigma_\rho^2}{\rho_0^2} \approx b^2 \mathcal{M}^2, \quad (1.88)$$

où \mathcal{M} est le nombre de Mach moyen et b un paramètre de l'ordre de l'unité. En pratique, des écarts à ce comportement existent (voir notamment Passot & Vázquez-Semadeni, 1998 ; Federrath *et al.*, 2010).

Dans le cadre de la turbulence du milieu interstellaire, il est nécessaire de tenir compte aussi de la gravité, qui modifie la distribution des densités élevées. On observe alors un comportement en loi de puissance, approximativement $p_\rho(\rho) \propto \rho^{-5/2}$ (par exemple Kritsuk *et al.*, 2011), qui peut s'expliquer par des profils de densité en $\rho(r) \propto r^{-2}$ pour des cœurs sphériques (Shu, 1977), dont la contribution au volume total est alors $V \propto \rho^{-3/2}$ (pour toutes les densités supérieures à ρ), soit en termes de distribution de probabilité $p_\rho d\rho = dV \propto \rho^{-5/2} d\rho$.

On peut aussi citer comme conséquences de la turbulence compressible les lois de Larson (Larson, 1981), lois d'échelle reliant notamment la taille, la masse et la dispersion de vitesse des structures, au départ basées sur des observations, mais étendues par la suite à la fois par des observations et des simulations sur une large plage d'échelles (notamment Kauffmann *et al.*, 2010 ; Ballesteros-Paredes *et al.*, 2011), et justifiés du point de vue théorique (von Weizsäcker, 1951 ; Fleck, 1996).

1.3.3.3 La turbulence en présence de champ magnétique

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré uniquement des processus n'ayant pas de direction privilégiée, il était donc possible de supposer toutes les distributions isotropes. Le champ magnétique fait apparaître une direction privilégiée, puisque le fluide se déplace plus facilement le long des lignes de champ magnétique. Deux modèles historiques notables ont été développés. D'une part, le modèle d'Iroshnikov et Kraichnan (Iroshnikov, 1964 ; Kraichnan, 1965), et d'autre part le modèle de Goldreich et Sridhar (Sridhar & Goldreich, 1994 ; Goldreich & Sridhar, 1995), tous deux basés sur un fluide incompressible. Ces modèles restent cependant sujets à de vives controverses.

Le modèle d'Iroshnikov et Kraichnan se base sur des interactions à trois ondes d'Alfvén, et donne une équipartition de l'énergie cinétique et magnétique et un spectre d'énergie isotrope $E_{IK}(k) \propto k^{-3/2}$. Cette isotropie est manifestement brisée, d'après des simulations (par exemple Grappin *et al.*, 1983).

Le modèle de Goldreich et Sridhar met en avant l'anisotropie liée au champ magnétique, et donne un spectre d'énergie $E_{GS}(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-5/3}$ perpendiculairement au champ magnétique. Ce modèle n'est cependant pas non plus adapté en général, et une transition vers un spectre $E(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-3/2}$ (on retrouve le spectre d'Iroshnikov et Kraichnan, mais anisotrope) se produit lorsque le champ magnétique devient plus fort (Müller *et al.*, 2003). Un modèle unifiant ces deux cas limites a été proposé par Boldyrev (Boldyrev, 2005) :

$$E(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-(5+\alpha)/(3+\alpha)}, \quad (1.89)$$

où α est un paramètre qui quantifie l'importance de l'anisotropie (où l'anisotropie la plus importante, pour $\alpha = 1$, correspond en fait au modèle d'Iroshnikov et Kraichnan, contrairement à leur hypothèse).

Un effet bien connu pour la turbulence magnétohydrodynamique est l'alignement entre les fluctuations de vitesse et de champ magnétique, autant sur le plan observationnel (Dobrowolny *et al.*, 1980), que numérique et théorique (Grappin *et al.*, 1982 ; Pouquet *et al.*, 1986 ; Boldyrev, 2005, 2006 ; Matthaeus *et al.*, 2008 ; Banerjee *et al.*, 2009). Ce point sera détaillé au chapitre 6.

Chapitre 2

Le calcul haute performance au service de l'astrophysique

Le phénomène technique peut se définir comme la préoccupation de l'immense majorité des hommes de notre temps, de rechercher *en toutes choses* la méthode *absolument* la plus efficace.

Jacques Ellul

2.1 La mécanique des fluides numérique

Simuler des fluides par ordinateur pose un certain nombre de problèmes. Tout d'abord, la nécessaire discrétisation. Alors que la mécanique des fluides usuelle repose sur un espace-temps continu, un ordinateur ne manipulera qu'une représentation discrète faisant intervenir un nombre fini de degrés de liberté. Notons bien que ces degrés de liberté sont quelconques. La méthode la plus simple est d'échantillonner les champs représentant le fluide (densité, vitesse, etc.) en un ensemble de points d'espace-temps, mais rien ne nous empêcherait d'utiliser d'autres représentations, par exemple en écrivant les champs comme combinaisons linéaires de champs de base.

Outre le problème de la discrétisation, la non-linéarité des équations, et surtout leur aspect chaotique, rend le problème numérique bien plus ardu qu'il pourrait sembler au premier abord. Ainsi, même si, heureusement pour nous, le chaos ne se manifeste qu'assez peu en pratique parce que souvent localisé dans l'espace des paramètres, personne n'est à l'abri d'un changement soudain de régime qui ferait qu'une simple différence due à un arrondi se traduise par un résultat final complètement différent.

Pour autant, rien ne nous empêche d'essayer d'obtenir une solution approchée à un problème complexe. Cette section décrit la méthode utilisée pour ce travail de thèse, après une brève introduction générale.

2.1.1 Un bref tour d'horizon

En prenant beaucoup de recul, simuler un système physique revient à résoudre un problème d'évolution de la forme

$$\frac{d\mathbb{X}}{dt}(t) = F(\mathbb{X}(t), t) \quad (2.1)$$

où \mathbb{X} est une variable décrivant l'état du système, que l'on supposera varier dans un espace vectoriel ; dans le cas de la mécanique des fluides, il s'agit de l'ensemble des champs : densité, vitesse, etc. On peut alors discrétiser le temps en utilisant une approximation de la dérivée. Le schéma le plus simple que l'on puisse imaginer est :

$$\frac{d\mathbb{X}}{dt}(t) = \frac{1}{\Delta t} (\mathbb{X}(t + \Delta t) - \mathbb{X}(t)) + O(\Delta t). \quad (2.2)$$

On peut bien évidemment raffiner ce schéma, mais nous n'avons pas besoin de rajouter de la complexité à ce niveau. Choisissons une suite d'instants (t^n) (l'indice est noté en haut par convention, ce n'est pas une puissance). On note pour simplifier $\Delta t^n = t^{n+1} - t^n$ et $\mathbb{X}^n = \mathbb{X}(t^n)$. Parmi toutes les applications possibles de l'équation (2.2) à notre problème (2.1), deux sont particulièrement intéressantes :

$$\mathbb{X}^{n+1} - \mathbb{X}^n = \Delta t^n F(\mathbb{X}^n, t^n) + O((\Delta t^n)^2) \quad (2.3)$$

et

$$\mathbb{X}^{n+1} - \mathbb{X}^n = \Delta t^n F(\mathbb{X}^{n+1}, t^{n+1}) + O((\Delta t^n)^2). \quad (2.4)$$

La première méthode est dite *explicite*, car on a directement $\mathbb{X}(t^{n+1})$ en fonction de $\mathbb{X}(t^n)$. Elle a l'avantage d'être facile à mettre en œuvre, mais pose des problèmes de stabilité (nous y reviendrons). La seconde est dite *implicite*, puisque l'on doit résoudre une équation (potentiellement non-linéaire) pour obtenir $\mathbb{X}(t^{n+1})$. Cette méthode est intéressante du point de vue stabilité (car moins contraignante que la précédente), mais ajoute de la complexité. Lorsque F est linéaire, l'étape de résolution peut se ramener à l'inversion d'une matrice, mais dans le cas de la mécanique des fluides, le problème est plus ardu. Dans la suite, nous nous limiterons souvent au cas explicite.

Reste maintenant à choisir une représentation de l'état du système. Formellement, il s'agit de choisir un sous-espace (et une base de ce sous-espace) de l'espace des configurations sur lequel on pourra projeter \mathbb{X} . On peut par exemple choisir de représenter un fluide par une assemblée de particules disposant chacune d'une extension spatiale ; cette méthode est appelée SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*). La méthode la plus répandue consiste cependant à conserver l'aspect continu du milieu fluide, en choisissant une base de fonctions (en pratique, on se limitera à une base d'un sous-espace de dimension finie). Ces fonctions peuvent être globales, on parle alors de méthode *spectrale*, lorsqu'on utilise par exemple une base de Fourier ou d'ondelettes pour décrire l'état du système. On peut aussi choisir de découper l'espace à l'aide d'un maillage, et choisir une base de fonctions ne faisant intervenir qu'un nombre limité de degrés de liberté de ce maillage.

2.1.1.1 La méthode des différences finies

Pour un ensemble fini de points (\vec{x}_j) , la base de fonctions la plus simple que l'on puisse choisir est la suivante :

$$e_i(\vec{x}_j) = \delta_{ij}, \quad (2.5)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Cela revient à représenter une fonction par ses valeurs aux points \vec{x}_j .

Lorsque le découpage en espace se fait sur une grille cartésienne (où les points sont les intersections d'une collection de plans perpendiculaires aux axes de coordonnées), la discrétisation la plus simple d'une dérivée se fait via sa définition. Supposons que nous avons un champ scalaire f , et un maillage $M_{ijk} = (x_i, y_j, z_k)$. Dans ce cas, nous pouvons estimer les dérivées partielles de f comme suit :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_i, y_j, z_k) = \frac{f(x_i, y_j, z_k) - f(x_{i-1}, y_j, z_k)}{x_i - x_{i-1}} + O(x_i - x_{i-1}). \quad (2.6)$$

Ce schéma s'appelle un schéma aux *différences finies* d'ordre 1 (car l'erreur d'approximation croît comme la distance entre les points du maillage). Cette méthode est facile à implémenter, et peut être étendue pour réduire l'erreur : si l'on estime la dérivée avec plus de points, on peut faire en sorte que les termes d'ordre supérieur se compensent. On peut donc facilement écrire des schémas d'ordre 2, 3, voire plus¹.

Pour illustrer cette méthode, prenons un exemple simple : l'équation d'advection. On suppose que l'on a un champ vectoriel $\vec{v}(\vec{x}, t)$ connu, et un champ scalaire $\varphi(\vec{x}, t)$ inconnu. Par exemple, φ peut être la concentration d'un colorant dans de l'eau, et \vec{v} la vitesse de l'écoulement. On peut modéliser cette situation par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \varphi = 0. \quad (2.7)$$

Dans le cas à une seule dimension d'espace, on a

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0. \quad (2.8)$$

Prenons (à des fins de simplicité) une vitesse constante positive et choisissons maintenant une méthode explicite pour l'intégration en temps :

$$\varphi^{n+1}(x) - \varphi^n(x) = -\Delta t^n v \frac{d\varphi^n}{dx}(x) + O((\Delta t^n)^2) \quad (2.9)$$

En discrétisant φ de la façon suivante :

$$\varphi_j^n = \varphi^n(j\Delta x), \quad (2.10)$$

on peut se ramener, via l'équation (2.6), à une résolution approchée :

$$\varphi_j^{n+1} \approx \varphi_j^n - \frac{v\Delta t^n}{\Delta x} (\varphi_j^n - \varphi_{j-1}^n). \quad (2.11)$$

Notons au passage qu'il faut introduire des conditions aux limites permettant de calculer les valeurs des φ_j^n au bord du domaine.

Un des intérêts majeurs de cette méthode est qu'elle est souvent aisée à mettre en œuvre, et peut être étudiée de manière théorique assez facilement. On peut notamment montrer que cette méthode est stable (i.e. la suite des φ^n est bornée) si

$$0 \leq \frac{v\Delta t^n}{\Delta x} \leq 1. \quad (2.12)$$

Cette condition est appelée condition de *Courant-Friedrichs-Lewy* (souvent abrégée CFL). Des conditions de cette forme sont très fréquentes pour les solveurs explicites. On peut aussi montrer que le schéma implicite obtenu en suivant un raisonnement analogue est inconditionnellement stable.

La méthode des différences finies possède un certain nombre d'inconvénients. Elle est particulièrement adaptée lorsque le maillage est régulier (les dérivées partielles se calculent le long des droites joignant des points de maillage), mais sa mise en œuvre dans le cas d'un maillage non régulier, bien que possible (on peut estimer des dérivées directionnelles entre deux nœuds voisins et résoudre un système pour remonter aux dérivées partielles), est complexe, et d'autres méthodes lui sont préférées. En plus de ce problème d'ordre pratique, on a un problème physique important : si l'on applique ce schéma à la mécanique des fluides, on n'a aucune garantie sur la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, pourtant essentielles si l'on veut des résultats physiques. Pour résoudre ces problèmes, plusieurs approches sont possibles. Nous allons en voir deux principales : les schémas de type *éléments finis* et *volumes finis*.

1. On montre par exemple que $f'(x) = \frac{f(x+\varepsilon) - f(x-\varepsilon)}{2\varepsilon} + O(\varepsilon^2) = \frac{-f(x+2\varepsilon) + 8f(x+\varepsilon) - 8f(x-\varepsilon) + f(x-2\varepsilon)}{12\varepsilon} + O(\varepsilon^4)$

2.1.1.2 La méthode des éléments finis

Afin de s'affranchir de la nécessité d'un maillage régulier, on peut choisir une représentation permettant de calculer les dérivées partielles de manière plus générale. Le principe des éléments finis est de choisir un sous-espace de l'ensemble des configurations formé par des fonctions simples ayant la particularité de n'être non nulles qu'autour d'un nœud du maillage (voir la figure 2.1). On peut choisir ces fonctions avec assez peu de contraintes, l'essentiel de la méthode reposant sur l'application d'opérateurs différentiels à ces fonctions.

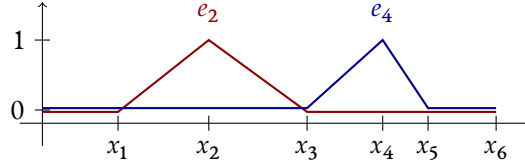


FIGURE 2.1 – Un exemple de base de type éléments finis pour un espace 1D. Les courbes sont légèrement décalées à des fins de lisibilité uniquement.

Choisissons comme exemple l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T) = S, \quad (2.13)$$

où T représente par exemple la température d'un milieu, κ sa diffusivité thermique (supposée constante ou non), et S d'éventuelles sources (chaudes ou froides). Choisissons maintenant un schéma implicite en temps. On peut alors écrire

$$T^{n+1} + \Delta t^n \vec{\nabla} \cdot (\kappa^{n+1} \vec{\nabla} T^{n+1}) = T^n + \Delta t^n S^{n+1}, \quad (2.14)$$

Le formalisme des éléments finis étant basé sur des ensembles de distributions (les espaces de Sobolev), multiplions cette équation par une *fonction-test* (fonction C^∞ à support compact) ϕ et intégrons sur un volume Ω (on suppose de plus ϕ nulle sur $\partial\Omega$).

$$\int_{\Omega} T^{n+1} \phi \, d\omega + \Delta t^n \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T^{n+1}) \phi \, d\omega = \int_{\Omega} (T^n + \Delta t^n S^{n+1}) \phi \, d\omega. \quad (2.15)$$

Une intégration par parties donne

$$\int_{\Omega} T^{n+1} \phi \, d\omega - \Delta t^n \int_{\Omega} \kappa \vec{\nabla} T^{n+1} \cdot \vec{\nabla} \phi \, d\omega = \int_{\Omega} (T^n + \Delta t^n S^{n+1}) \phi \, d\omega. \quad (2.16)$$

On remarque que le membre de gauche de cette équation est totalement symétrique par rapport à T^{n+1} et ϕ . On peut donc réécrire cette équation sous la forme

$$a^n(T^{n+1}, \phi) = \ell^n(\phi), \quad (2.17)$$

où

$$a^n(u, v) = \int_{\Omega} uv \, d\omega - \Delta t^n \int_{\Omega} \kappa \vec{\nabla} u \cdot \vec{\nabla} v \, d\omega \quad (2.18)$$

et

$$\ell^n(v) = \int_{\Omega} (T^n + \Delta t^n S^{n+1}) v \, d\omega. \quad (2.19)$$

On notera en particulier que a^n est bilinéaire symétrique et ℓ^n linéaire. L'équation (2.17) est une forme générale des problèmes de type éléments finis, et sous certaines hypothèses, on démontre que le problème

$$\text{Trouver } u \in V \text{ tel que } \forall v \in V_0, a(u, v) = \ell(v) \quad (2.20)$$

admet une unique solution (où V et V_0 sont des espaces vectoriels adaptés à la résolution de ce problème). On voit ici que si l'on peut décomposer les fonctions u et v sur des bases bien choisies, ce problème se ramène à un problème linéaire, et donc une matrice (dont les coefficients sont des applications de a à des couples de fonctions de base) à inverser. L'avantage de cette méthode réside dans le fait que tant que l'on peut avoir des conditions satisfaisantes sur a et ℓ et une base adaptée au problème, la discrétisation se fait sur un maillage arbitrairement complexe. Cependant, cette formulation ne résout en général pas le problème de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, lorsqu'elle est appliquée aux équations de la mécanique des fluides (le processus étant par ailleurs compliqué, notamment parce que ces équations ne sont pas linéaires).

Afin de résoudre ce problème, une troisième grande catégorie de méthodes a été proposée : la méthode des *volumes finis*. Elle repose elle aussi sur un maillage arbitraire de l'espace, et se base sur un calcul de flux entre les cellules de ce maillage.

2.1.1.3 La méthode des volumes finis

Cette méthode sera détaillée dans les sections suivantes, nous pouvons nous contenter pour l'instant d'un exemple simple : reprenons l'équation d'advection, et choisissons une vitesse constante dans le temps et l'espace :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \varphi = 0. \quad (2.21)$$

Choisissons deux instants $t < t'$, et un volume V . En intégrant sur $[t, t'] \times V$, on obtient, après intégration par parties :

$$\int_V \varphi(\vec{x}, t') \, dV = \int_V \varphi(\vec{x}, t) \, dV - \int_t^{t'} \int_{\partial V} \varphi \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS \, d\tau. \quad (2.22)$$

Cette équation est simplement un bilan entre les instants t et t' pour le volume de contrôle V , et l'intégrale sur le bord traduit le *flux* à travers ce bord. Nous verrons que ce concept de flux a un rôle majeur dans les techniques de type volumes finis. En particulier, s'assurer que le flux sortant d'une cellule est égal au flux entrant dans les cellules voisines assure la conservation des quantités considérées.

2.1.2 Développements autour de la méthode des différences finies

Avant de passer à l'étude détaillée de la méthode des volumes finis, étudions de manière un peu plus poussée celle des différences finies, pour faire apparaître des concepts qui nous seront utiles par la suite. Revenons donc à l'équation d'advection à une dimension sur un maillage régulier en espace.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0. \quad (2.23)$$

La discrétisation est celle que nous avons déjà vue :

$$f_j^n = f(j\Delta x, t^n), \quad v_j^n = v(j\Delta x, t^n). \quad (2.24)$$

Sauf mention contraire, on supposera de plus que la vitesse v est constante ². Prenons un schéma explicite en temps et étudions différents schémas en espace.

2.1.2.1 Un schéma naïf

Choisissons pour commencer une discrétisation centrée :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, t) = \frac{f(x + \Delta x, t) - f(x - \Delta x, t)}{2\Delta x}. \quad (2.25)$$

Le schéma s'écrit alors

$$f_j^{n+1} = f_j^n - \frac{c_j^n}{2} (f_{j+1}^n - f_{j-1}^n), \quad (2.26)$$

où

$$c_j^n = \frac{v_j^n \Delta t^n}{\Delta x}. \quad (2.27)$$

Nous pouvons étudier la stabilité du système. Cherchons f sous la forme $f_j^n = A \exp(n\lambda + ij\theta)$, où λ est un taux de croissance et θ une période spatiale arbitraire. On peut alors écrire, pour une vitesse constante :

$$e^\lambda = 1 - ic \sin \theta, \quad (2.28)$$

d'où on déduit

$$\Re(\lambda) = \ln |e^\lambda| = \ln(1 + c^2 \sin^2 \theta). \quad (2.29)$$

La partie réelle de λ est donc toujours positive. Hormis le cas particulier où la suite des $|A_n|$ est constante (qui ne se généralise pas à des problèmes plus complexes), on obtient donc un schéma inconditionnellement instable.

2.1.2.2 Le schéma de Lax-Friedrichs

Le schéma précédent peut être stabilisé en changeant légèrement la discrétisation en temps : si l'on remplace f_j^n par la moyenne $\frac{1}{2}(f_{j+1}^n + f_{j-1}^n)$ dans l'équation (2.26), on obtient le schéma suivant :

$$f_j^{n+1} = \frac{1}{2} (f_{j+1}^n + f_{j-1}^n) - \frac{c_j^n}{2} (f_{j+1}^n - f_{j-1}^n), \quad (2.30)$$

Une analyse comme la précédente montre que le schéma est stable sous la condition CFL

$$\left\| \frac{v^n \Delta t^n}{\Delta x} \right\|_\infty \leq 1, \quad (2.31)$$

où $\|u^n\|_\infty = \max_j |u_j^n|$ (cette condition revient assez souvent, d'où la notation un peu plus générale). Ce schéma est appelé schéma de Lax-Friedrichs (Lax, 1954). Il est parfois utilisé lorsque la stabilité est importante. Nous pouvons estimer l'erreur de discrétisation à l'aide des décompositions suivantes :

$$f_j^{n+1} = f_j^n + \Delta t^n \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{(\Delta t^n)^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + O((\Delta t^n)^3), \quad (2.32)$$

$$f_{j+1}^n = f_j^n + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{6} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + O((\Delta x)^4), \quad (2.33)$$

$$f_{j-1}^n = f_j^n - \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{6} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + O((\Delta x)^4). \quad (2.34)$$

2. Les études de stabilité et d'erreur sont plus simples, et il est de toute façon nécessaire de les refaire si l'on change d'équation, donc il n'est pas utile de s'attarder sur ces cas particuliers dans le cadre de cette thèse.

On obtient alors

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t^n} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\Delta t^n}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + O((\Delta x)^2) + O((\Delta t^n)^2). \quad (2.35)$$

En réécrivant $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ à l'aide de l'équation d'advection et sous l'hypothèse v constante, on peut écrire l'équation modifiée (qui est l'équation effectivement résolue numériquement) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \alpha_{LF} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + O((\Delta x)^2) + O((\Delta t^n)^2), \quad (2.36)$$

avec

$$\alpha_{LF} = \frac{v\Delta x}{2c} (1 - c^2). \quad (2.37)$$

Ce coefficient α_{LF} est souvent appelé *diffusion numérique*. En effet, il se comporte comme un terme de viscosité dans l'équation modifiée. Pour $|c| < 1$, ce coefficient est bien positif. On peut ainsi estimer la diffusivité des schémas d'ordre 1 par une étude de ce type.

2.1.2.3 Le schéma «amont»

On peut raffiner quelque peu ce schéma en constatant que, physiquement parlant, la quantité f est *advectée* selon la direction (ici, le signe) de la vitesse v . Ainsi, plutôt que d'utiliser la moyenne des valeurs à gauche et à droite, on peut choisir uniquement la valeur en *amont*. On obtient alors

$$f_j^{n+1} = f_j^n - \frac{v_j^n \Delta t^n}{\Delta x} \begin{cases} (f_j^n - f_{j-1}^n) & \text{si } v_j^n > 0, \\ (f_{j+1}^n - f_j^n) & \text{si } v_j^n < 0. \end{cases} \quad (2.38)$$

Ce schéma est appelé schéma *upwind* (amont) ou schéma CIR (du nom de ses auteurs Courant, Isaacson et Rees), et peut se généraliser à des problèmes plus complexes (Courant *et al.*, 1952). On montre, à l'aide d'une analyse similaire à la précédente, que ce schéma est stable sous la condition CFL (2.31). Le schéma symétrique «aval» est inconditionnellement instable, et n'a donc pas d'intérêt en tant que tel. Il peut cependant être utilisé pour améliorer d'autres schémas.

Comme précédemment, nous pouvons écrire une équation modifiée

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \alpha_{CIR} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + O((\Delta x)^2) + O((\Delta t^n)^2), \quad (2.39)$$

avec

$$\alpha_{CIR} = \frac{|v|\Delta x}{2} (1 - |c|). \quad (2.40)$$

On peut alors comparer les coefficients de diffusion :

$$\frac{\alpha_{LF}}{\alpha_{CIR}} = \frac{1 + |c|}{|c|} \geq 2. \quad (2.41)$$

Le schéma de Lax-Friedrichs est donc significativement plus diffusif que le schéma amont. Ceci peut avoir un intérêt lors de la présence de forts gradients, car un schéma plus diffusif sera plus stable.

2.1.2.4 Le schéma de Lax-Wendroff

Les schémas que nous avons vu jusqu'à maintenant étaient d'ordre 1, ils avaient un coefficient de diffusion numérique non nul. Il est possible de construire un schéma avec un coefficient de diffusion nul. On peut par exemple essayer de trouver une combinaison des schémas *amont* et *aval* qui annule les erreurs d'ordre deux en espace. On peut réécrire ces deux schémas sous la forme

$$f_j^{n+1} = c^+ f_{j-1}^n + (1 - |c|) f_j^n - c^- f_{j+1}^n, \quad (2.42)$$

$$f_j^{n+1} = c^- f_{j-1}^n + (1 + |c|) f_j^n - c^+ f_{j+1}^n, \quad (2.43)$$

où l'on a posé

$$c^+ = \max(c, 0), \quad c^- = \min(c, 0) \quad (2.44)$$

ou de manière équivalente

$$c = c^+ + c^-, \quad |c| = c^+ - c^-. \quad (2.45)$$

On peut alors faire la moyenne de ces deux schémas :

$$f_j^{n+1} = ((1 - \theta) c^+ + \theta c^-) f_{j-1}^n + (1 + (2\theta - 1) |c|) f_j^n - (\theta c^+ + (1 - \theta) c^-) f_{j+1}^n, \quad (2.46)$$

soit encore

$$f_j^{n+1} = (c^+ - \theta |c|) f_{j-1}^n + (1 + (2\theta - 1) |c|) f_j^n - (c^- + \theta |c|) f_{j+1}^n, \quad (2.47)$$

où $0 \leq \theta \leq 1$ ($\theta = 0$ donne le schéma amont, et $\theta = 1$ le schéma aval). L'équation modifiée est alors

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{v \Delta x}{2c} |c| (1 - 2\theta - |c|) \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{v (\Delta x)^2}{6} (1 + c^2) \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + O((\Delta x)^4) + O((\Delta t)^3), \quad (2.48)$$

On peut annuler le terme de diffusion en choisissant

$$\theta = \frac{1 - |c|}{2}. \quad (2.49)$$

On aboutit alors au schéma de Lax-Wendroff (Lax & Wendroff, 1960) :

$$f_j^{n+1} = c \frac{1 + c}{2} f_{j-1}^n + (1 - c^2) f_j^n - c \frac{1 - c}{2} f_{j+1}^n. \quad (2.50)$$

Ce schéma est stable sous la condition CFL usuelle (malgré le caractère instable du schéma aval que l'on a utilisé), et non diffusif. L'équation modifiée est une *équation de dispersion* (voir par exemple LeVeque, 1992, section II.1.2). Cependant, contrairement aux schémas stables précédents, les coefficients devant les f_{j+k}^n ne sont pas tous positifs. Ceci peut entraîner l'apparition d'oscillations dans les zones de forts gradients (voir par exemple Toro, 1999, section 13.5).

Une comparaison des schémas que nous avons vus est donnée en figure 2.2. Les schémas instables dévient très rapidement de la solution exacte en faisant apparaître des pics au niveau des ruptures de pente. On observe le caractère plus diffusif du schéma de Lax-Friedrichs par rapport aux schémas amont et Lax-Wendroff. Ce dernier fait apparaître des oscillations parasites au niveau des régions de fort gradient, comme le présageait la description précédente. Ces oscillations sont en fait témoins d'un comportement général : un schéma d'ordre deux ne peut pas être *monotone* (théorème de Godunov) : les coefficients de pondération des différentes valeurs ne sont pas tous positifs, ce qui a pour conséquence des possibles changements de sens de variation de la solution approchée (et donc des oscillations).

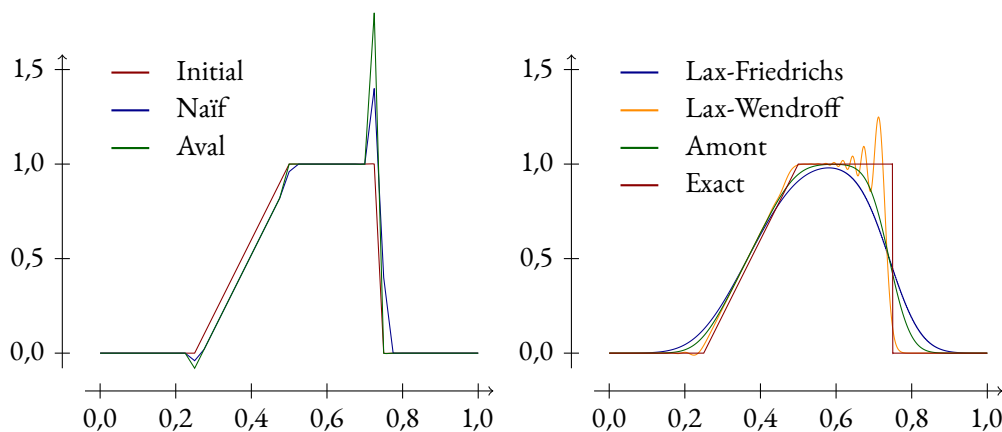


FIGURE 2.2 – Comparaison des différents schémas aux différences finies pour l'équation d'advection à vitesse $v = 1$ pour $c = 0,8$. *Gauche* : schémas instables, après un pas de temps avec 41 points de maillage. *Droite* : schémas stables, à $t = 10$ avec 1001 points de maillage.

2.1.3 Les lois de conservation et le problème de Riemann

L'idée de la méthode des volumes finis étant de faire des bilans de quantités conservées, tournons-nous un instant vers l'équation de conservation de la masse en mécanique des fluides :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (2.51)$$

Cette équation a une forme assez proche de l'équation d'advection que nous avons déjà vue (et si $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$, les deux formulations sont équivalentes). En intégrant comme précédemment sur un volume V (fixe) entre les instants t et t' , on obtient

$$\int_V \rho(\vec{x}, t') dV = \int_V \rho(\vec{x}, t) dV - \int_t^{t'} \int_{\partial V} \rho(\vec{x}, \tau) \vec{v}(\vec{x}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{x}) dS d\tau. \quad (2.52)$$

Cette équation a une interprétation simple : la masse contenue dans le volume V à l'instant t' est égale à la masse à l'instant t , à laquelle on a retiré le *flux* de masse à travers le bord de notre volume de contrôle. Cette équation traduit donc bien la conservation de la masse. En fait, toute quantité pour laquelle on peut écrire le flux à travers le bord d'un volume de contrôle peut être décrite par une équation de conservation similaire.

Supposons maintenant que notre système est un milieu continu décrit par une variable d'état $\mathbb{U} \in \mathbb{R}^N$ (dans le cadre de la mécanique des fluides, \mathbb{U} est un vecteur dépendant de la densité, de la quantité de mouvement et de l'énergie en chaque point d'espace-temps), et supposons de plus que l'on peut écrire le flux à l'aide d'une fonction $\vec{F}(\mathbb{U})$ comme suit :

$$\int_V \mathbb{U}(\vec{x}, t') dV = \int_V \mathbb{U}(\vec{x}, t) dV - \int_t^{t'} \int_{\partial V} \vec{F}(\mathbb{U}(\vec{x}, \tau)) \cdot \vec{n} dS d\tau. \quad (2.53)$$

Cette identité devant être valable quel que soit le volume V choisi, on montre (sous certaines hypothèses de régularité), que le bilan de flux peut se traduire sous forme d'une *loi de conservation* :

$$\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{F}(\mathbb{U})) = 0, \quad (2.54)$$

ou, sous forme développée,

$$\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (F_1(\mathbb{U})) + \frac{\partial}{\partial y} (F_2(\mathbb{U})) + \frac{\partial}{\partial z} (F_3(\mathbb{U})) = 0. \quad (2.55)$$

Dans ce qui suit, on supposera pour simplifier qu'il n'y a qu'une dimension d'espace. Le passage à trois dimensions se fera sur un maillage, en ajoutant les flux calculés sur chacune des faces des cellules (vues comme un problème à une dimension le long de la normale à la face). Notre équation de conservation devient donc

$$\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (F(\mathbb{U})) = 0. \quad (2.56)$$

Introduisons maintenant la matrice jacobienne de F , $A(\mathbb{U})$. On peut alors écrire

$$\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + A(\mathbb{U}) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial x} = 0. \quad (2.57)$$

Cette équation ressemble fortement à l'équation d'advection, mais sous forme matricielle cette fois-ci. Supposons que l'on puisse diagonaliser $A(\mathbb{U})$:

$$A(\mathbb{U})R_i(\mathbb{U}) = \lambda_i(\mathbb{U})R_i(\mathbb{U}), \quad (2.58)$$

et

$$L_i(\mathbb{U})A(\mathbb{U}) = \lambda_i(\mathbb{U})L_i(\mathbb{U}), \quad (2.59)$$

où $R_i(\mathbb{U})$ (resp. $L_i(\mathbb{U})$) est le i -ième vecteur propre à droite (resp. à gauche) de $A(\mathbb{U})$. Par convention, on classe les valeurs propres par ordre croissant : $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$, et on choisit les vecteurs propres de façon à avoir $L_i R_j = \delta_{ij}$. On peut maintenant étudier séparément les différents sous-espaces propres.

2.1.3.1 Les caractéristiques

Nous l'avons vu, les coefficients λ_i correspondent à des «vitesses», si l'on compare l'équation (2.57) à l'équation d'advection (ils en ont d'ailleurs la dimension). Plaçons-nous maintenant le long d'une *courbe caractéristique*, c'est-à-dire un chemin $x(t)$ tel que $x'(t) = \lambda_i$ et étudions l'évolution du vecteur d'état $\mathbb{V}(t) = \mathbb{U}(x(t), t)$, en projection sur le i -ième sous-espace propre :

$$\begin{aligned} L_i(\mathbb{V}(t)) \frac{d\mathbb{V}}{dt}(t) &= L_i(\mathbb{V}(t)) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t}(x(t), t) + x'(t) L_i(\mathbb{V}(t)) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial x}(x(t), t) \\ &= L_i(\mathbb{V}(t)) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t}(x(t), t) + \lambda_i(\mathbb{V}(t)) L_i(\mathbb{V}(t)) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial x}(x(t), t) \\ &= L_i(\mathbb{V}(t)) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t}(x(t), t) + L_i(\mathbb{V}(t)) A(\mathbb{V}(t)) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial x}(x(t), t) \\ &= L_i(\mathbb{V}(t)) \left(\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + A(\mathbb{U}) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial x} \right) (x(t), t) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Cet ensemble d'équations appelées *équations caractéristiques* met en évidence des invariants le long des courbes caractéristiques. On a donc décomposé localement notre écoulement en un ensemble d'ondes qui se déplacent aux vitesses $\lambda_1, \dots, \lambda_N$.

Appliquons maintenant cette méthode à un problème simple mais fondamental : le problème de Riemann.

2.1.3.2 Le problème de Riemann

Le problème de Riemann est un problème d'évolution avec un état initial discontinu :

$$\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (F(\mathbb{U})) = 0, \quad (2.61)$$

$$\mathbb{U}(x, 0) = \begin{cases} \mathbb{U}_L & \text{si } x < 0, \\ \mathbb{U}_R & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (2.62)$$

Ce problème est fondamental pour la simulation numérique, car il peut être appliqué dès lors que l'on a une interface, ce qui est le cas si on discrétise les champs à l'aide d'états constants sur chaque cellule de notre maillage. Résoudre numériquement l'équation d'évolution peut donc se ramener à résoudre le problème de Riemann à chaque interface.

On peut montrer que dans le cas où le système est *hyperbolique*, c'est-à-dire diagonalisable avec toutes les valeurs propres distinctes (cette hypothèse est vérifiée en général), les caractéristiques sont des droites et la solution du problème de Riemann est *auto-similaire*, c'est-à-dire que sa forme générale se déduit d'une fonction à une seule variable, en l'occurrence :

$$\mathbb{U}(x, t) = \mathbb{W}\left(\frac{x}{t}\right) \quad (2.63)$$

On peut donc représenter graphiquement l'«éventail» formé par les caractéristiques, comme illustré en figure 2.3. Notons que pour chaque caractéristique, on a en fait deux valeurs propres correspondant aux états à gauche et à droite. La solution est constante entre les courbes caractéristiques. Selon la position relative des valeurs propres, plusieurs cas de figure peuvent se présenter.

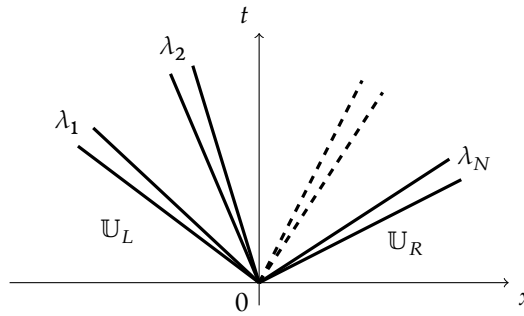


FIGURE 2.3 – La solution générale du problème de Riemann

Considérons pour l'instant une seule caractéristique, en notant λ_L et λ_R les valeurs propres respectivement à gauche et à droite. Les cas possibles sont illustrés en figure 2.4. On distingue trois cas. Si $\lambda_L > \lambda_R$, les caractéristiques des états gauche et droit se coupent, et on a formation d'un *choc*. Si $\lambda_L = \lambda_R$, il se forme une onde dégénérée appelée *discontinuité de contact*. Si $\lambda_L < \lambda_R$, les caractéristiques à gauche et à droite s'éloignent l'une de l'autre, et théoriquement plusieurs solutions sont possibles. On pourrait avoir un «choc de détente», mais cette solution n'est en général pas physique (elle n'est pas stable par rapport à de petites perturbations). La solution physique au problème est une *détente*, offrant une transition continue entre λ_L et λ_R . Pour une discussion plus poussée, voir par exemple l'ouvrage de Toro (1999).

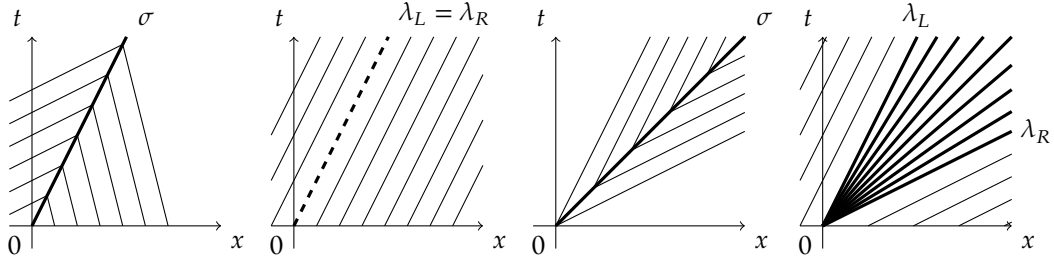


FIGURE 2.4 – Les différents cas de figure possibles pour les paires de caractéristiques en solution du problème de Riemann. De gauche à droite : choc, discontinuité de contact, choc de détente (non physique), détente. Les traits fins représentent les caractéristiques à gauche et à droite de l'interface. σ représente la vitesse du choc, le cas échéant.

Une fois les transitions identifiées, on peut calculer les valeurs de \mathbb{W} entre les caractéristiques à l'aide de différentes relations. Pour un choc, on peut démontrer les *relations de Rankine-Hugoniot* :

$$\Delta F(\mathbb{U}) = \sigma \Delta \mathbb{U}, \quad (2.64)$$

où σ est la vitesse du choc, et ΔQ est la différence entre les valeurs d'une quantité Q à droite et à gauche du choc. On a donc en général N relations non linéaires pour $N + 1$ inconnues (les valeurs de \mathbb{U} d'un côté du choc, et σ). Notons que si $N = 1$, on connaît déjà les états de part et d'autre du choc, et l'unique équation permet de déduire la valeur de σ . On clôt le problème en ajoutant les relations obtenues pour les autres transitions. Dans le cas d'une détente, on peut mettre en évidence $N - 1$ *invariants de Riemann*, qui sont des quantités conservées à travers la détente. Le cas des discontinuités de contact est légèrement plus complexe et fait apparaître les deux types de relations.

Maintenant que nous avons détaillé la procédure de résolution du problème de Riemann, nous pouvons l'appliquer à la résolution numérique de systèmes de lois de conservation.

2.1.4 La méthode de Godunov, et ses raffinements

Avant d'entamer la description de la méthode de Godunov, mettons en place les outils permettant de résoudre numériquement des équations de la forme (2.54). On suppose donné un maillage de l'espace en petits volumes V_i que nous appellerons *cellules*. Nous allons discrétiser en temps et en espace, en posant

$$\mathbb{U}_i^n = \frac{1}{|V_i|} \int_{V_i} \mathbb{U}(\vec{x}, t^n) dV. \quad (2.65)$$

Cette discrétisation définit une approximation de \mathbb{U} constante par morceaux sur les cellules. Nous pouvons maintenant utiliser l'équation (2.53) pour obtenir la forme générale d'un schéma de type volumes finis :

$$\mathbb{U}_i^{n+1} = \mathbb{U}_i^n - \frac{\Delta t^n}{|V_i|} \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} F_{ij}^{n+1/2}, \quad (2.66)$$

où $\mathcal{N}(i)$ dénote l'ensemble des cellules voisines de V_i ,

$$F_{ij}^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t^n} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{\partial V_i \cap \partial V_j} \vec{F}(\mathbb{U}(\vec{x}, t)) \cdot \vec{n}_i dS dt \quad (2.67)$$

est le flux entre V_i et V_j , moyenné en temps (d'où la convention d'attribuer l'indice demi-entier), et \vec{n}_i est la normale à l'interface, sortant de la cellule V_i . Remarquons que l'équation (2.66) ressemble fortement

aux discrétisations (2.3) et (2.4), à la différence près que le flux est, pour l'instant, exact. Notons au passage que pour un maillage d'une partie bornée de l'espace, certaines cellules se trouveront au bord, et il faudra donc calculer un flux à l'aide de conditions aux limites.

En intégrant l'équation (2.66), on voit apparaître la propriété intéressante des schémas de type volumes finis :

$$\begin{aligned}
 \int_V \mathbb{U}(\vec{x}, t^{n+1}) dV &= \sum_{i \in \mathcal{A}} |V_i| \mathbb{U}_i^{n+1} \\
 &= \sum_{i \in \mathcal{A}} |V_i| \mathbb{U}_i^n - \Delta t^n \sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} F_{ij}^{n+1/2} \\
 &= \int_V \mathbb{U}(\vec{x}, t^n) dV - \Delta t^n \sum_{i \in \mathcal{B}} \sum_{j \in \mathcal{N}_B(i)} F_{ij}^{n+1/2} \\
 &= \int_V \mathbb{U}(\vec{x}, t^n) dV - \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{\partial V} \vec{F}(\mathbb{U}(\vec{x}, t)) \cdot \vec{n} dS dt
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

où l'on a noté \mathcal{A} l'ensemble des indices de cellules actives du domaine (par opposition à des cellules *fantômes* qui peuvent être ajoutées afin de tenir compte des conditions aux limites), \mathcal{B} le sous-ensemble de \mathcal{A} contenant les cellules au bord, et $\mathcal{N}_B(i)$ l'ensemble des indices de cellules hors du domaine et voisines de $V_i \in \mathcal{B}$ (ces cellules représentent les conditions aux limites). Cette expression est valable sous réserve que $\forall i, j \in \mathcal{A}, F_{ij}^{n+1/2} + F_{ji}^{n+1/2} = 0$. Le schéma est donc, modulo le respect de cette condition sur le flux (qui revient en pratique à ne calculer le flux qu'une fois par interface), exactement conservatif. Notons que l'intégrale peut varier au cours du temps, en fonction des conditions aux limites traduites par les flux du second terme et d'éventuels termes sources ajoutés au second membre de l'équation (2.66).

2.1.4.1 Quelques méthodes simples de calcul du flux

Revenons pour quelques instants au problème de l'équation d'advection à une dimension (à vitesse constante). Dans le formalisme de l'équation (2.54), il est défini par $\mathbb{U} = f$ et $F(\mathbb{U}) = fv$. Notons $F_{j+1/2}^{n+1/2} = F_{j,j+1}^{n+1/2}$ le flux entre les cellules j et $j+1$ (en supposant ces cellules numérotées de gauche à droite). Une approximation naïve du flux peut alors s'écrire

$$F_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{F(\mathbb{U}_{j+1}^n) + F(\mathbb{U}_j^n)}{2} = \frac{v}{2} (f_{j+1}^n + f_j^n). \tag{2.69}$$

Choisissons (pour des raisons de simplicité) un maillage régulier de pas Δx . En utilisant ce flux dans l'équation (2.66), on obtient

$$f_j^{n+1} = f_j^n - \frac{c^n}{2} (f_{j+1}^n - f_{j-1}^n), \tag{2.70}$$

où

$$c^n = \frac{v \Delta t^n}{\Delta x}. \tag{2.71}$$

On retrouve précisément le schéma naïf de la section 2.1.2.1. De même, on peut écrire un flux correspondant au schéma de Lax-Friedrichs :

$$F_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{F(\mathbb{U}_{j+1}^n) + F(\mathbb{U}_j^n)}{2} - \frac{\Delta x}{2 \Delta t^n} (\mathbb{U}_{j+1}^n - \mathbb{U}_j^n). \tag{2.72}$$

2.1.4.2 La méthode de Godunov

La méthode de Godunov se base sur une résolution du problème de Riemann pour le calcul du flux. En effet, lorsque l'on discrétise par des états constants sur les cellules, chaque interface est une

discontinuité. On peut donc localement écrire le problème de Riemann associé, et le résoudre numériquement. Si l'on injecte la solution (2.63) (sans oublier la translation et la rotation d'espace de manière à se placer perpendiculairement à l'interface) dans l'équation du flux (2.67), on obtient, en supposant l'interface plane :

$$F_{ij}^{n+1/2} = |\partial V_i \cap \partial V_j| \tilde{F}(\mathbb{W}_{ij}(0)) \cdot \vec{n}_{ij}. \quad (2.73)$$

Appliquons maintenant la méthode de Godunov au problème d'advection à vitesse v constante. La solution du problème de Riemann est simple :

$$\mathbb{W}(\xi) = \begin{cases} \mathbb{U}_L & \text{si } \xi < v, \\ \mathbb{U}_R & \text{si } \xi > v. \end{cases} \quad (2.74)$$

On peut donc calculer le flux, et en déduire le schéma :

$$f_j^{n+1} = f_j^n - c^n \begin{cases} (f_j^n - f_{j-1}^n) & \text{si } v > 0, \\ (f_{j+1}^n - f_j^n) & \text{si } v < 0, \end{cases} \quad (2.75)$$

ce qui est précisément le schéma amont de la section 2.1.2.3. La méthode de Godunov peut donc être vue comme une extension du schéma amont à des problèmes plus complexes et potentiellement non-linéaires, dans le sens où le choix du flux est fait de manière cohérente avec le déplacement du fluide (décrit par ses vitesses caractéristiques). En particulier, les schémas de type Godunov seront souvent stables sous une condition CFL

$$\max_j \left| \frac{u_j^n \Delta t^n}{r_j} \right| < 1, \quad (2.76)$$

où $u_j^n = \max_k |\lambda_k(\mathbb{U}_j^n)|$ est la vitesse caractéristique la plus grande, et r_j est la taille de la cellule V_j (pour les maillages formés de cubes, $r_j = \Delta x_j$).

La résolution exacte du problème de Riemann ne peut souvent pas se faire de manière analytique, et sa résolution numérique directe peut s'avérer coûteuse en puissance de calcul (il s'agit de résoudre un système d'équations non-linéaires, ce qui est souvent fait par une méthode de type Newton-Raphson). En pratique, il est courant d'utiliser un solveur approché. Les paragraphes qui suivent décrivent quelques solveurs bien connus.

2.1.4.3 Quelques exemples de solveurs de Riemann

En vertu de la difficulté de résoudre exactement le problème de Riemann, différentes approches ont été proposées. Nous allons en voir deux, bien connues et qui traduisent les principales techniques de résolution approchée. L'approche de Roe consiste à remplacer la matrice jacobienne de l'équation (2.57) par une matrice constante (dépendant des données initiales). L'approche utilisée par le solveur HLL considère le problème non linéarisé, mais se limite à un nombre réduit de caractéristiques.

Le solveur de Roe. La non-linéarité du système de lois de conservation se manifeste par la dépendance de la matrice jacobienne de l'équation (2.57) par rapport au vecteur d'état \mathbb{U} . L'approche proposée par Roe (Roe, 1981; Roe & Pike, 1985) permet de linéariser le système en remplaçant cette matrice jacobienne par une matrice $\tilde{A}(\mathbb{U}_L, \mathbb{U}_R)$ possédant les propriétés suivantes :

- \tilde{A} est diagonalisable et toutes ses valeurs propres sont réelles ;
- \tilde{A} est compatible avec la matrice jacobienne : pour $\mathbb{U}_L, \mathbb{U}_R \rightarrow \mathbb{U}$, $\tilde{A}(\mathbb{U}_L, \mathbb{U}_R) \rightarrow A(\mathbb{U})$;
- \tilde{A} conserve le flux : pour tous $\mathbb{U}_L, \mathbb{U}_R$, $F(\mathbb{U}_R) - F(\mathbb{U}_L) = \tilde{A}(\mathbb{U}_R - \mathbb{U}_L)$.

Une fois que l'on a cette matrice, on peut résoudre le problème de Riemann à coefficients constants

$$\frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \tilde{A} \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial x} = 0 \quad (2.77)$$

$$\mathbb{U}(x, 0) = \begin{cases} \mathbb{U}_L & \text{si } x < 0, \\ \mathbb{U}_R & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (2.78)$$

En diagonalisant \tilde{A} , la solution peut s'écrire dans le formalisme de l'équation (2.58) :

$$\mathbb{W}(\xi) = \mathbb{U}_L + \sum_{\substack{i=1 \\ \xi > \lambda_i}}^N \alpha_i R_i = \mathbb{U}_R - \sum_{\substack{i=1 \\ \xi < \lambda_i}}^N \alpha_i R_i, \quad (2.79)$$

où

$$\mathbb{U}_R - \mathbb{U}_L = \sum_{i=1}^N \alpha_i R_i, \quad (2.80)$$

Notons cependant que choisir comme flux numérique $\tilde{F} = \tilde{A} \mathbb{W}(0)$ n'est pas cohérent avec le problème initial (2.56), car on n'a, par exemple, pas nécessairement $F(\mathbb{U}_L) = \tilde{A} \mathbb{U}_L$. On peut montrer qu'un flux numérique cohérent s'écrit

$$F^* = F(\mathbb{U}_L) + \sum_{\substack{i=1 \\ \lambda_i < 0}}^N \alpha_i \lambda_i R_i = F(\mathbb{U}_R) - \sum_{\substack{i=1 \\ \lambda_i > 0}}^N \alpha_i \lambda_i R_i, \quad (2.81)$$

$$F^* = \frac{1}{2} (F(\mathbb{U}_L) + F(\mathbb{U}_R)) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \alpha_i |\lambda_i| R_i. \quad (2.82)$$

Trouver une matrice \tilde{A} n'est cependant pas toujours facile. L'approche initiale de Roe (1981) consiste à trouver un vecteur de paramètres \mathbb{Q} tel que les sauts (différences entre valeur à droite et à gauche) s'écrivent $\Delta \mathbb{U} = \tilde{B} \Delta \mathbb{Q}$ et $\Delta F = \tilde{C} \Delta \mathbb{Q}$. Alors, on peut choisir $\tilde{A} = \tilde{C} \tilde{B}^{-1}$. L'approche de Roe & Pike (1985) quant à elle se base sur une linéarisation de l'équation initiale (2.56) autour d'un état de référence $\tilde{\mathbb{U}}$, choisi pour assurer des conditions de cohérence (2.80) et $F(\mathbb{U}_R) - F(\mathbb{U}_L) = \tilde{A}(\mathbb{U}_R - \mathbb{U}_L)$, avec $\tilde{A} = A(\tilde{\mathbb{U}})$. Des exemples d'application sont donnés dans Toro (1999).

La famille de solveurs HLL. Pour des problèmes complexes, il n'est pas nécessairement évident de construire une matrice approchée correspondant au système complet. Une autre idée, proposée par Harten, Lax et van Leer (Harten *et al.*, 1983, d'où le nom HLL), consiste à réduire le nombre d'ondes en jeu. La méthode originale traite uniquement les ondes dont les valeurs propres sont extrémales. La solution approchée du problème de Riemann s'écrit alors

$$\tilde{\mathbb{W}}(\xi) = \begin{cases} \mathbb{U}_L & \text{si } \xi < S_L, \\ \mathbb{U}_{HLL} & \text{si } S_L < \xi < S_R, \\ \mathbb{U}_R & \text{si } \xi > S_R, \end{cases} \quad (2.83)$$

où S_L et S_R sont les vitesses des ondes considérées (fonctions des valeurs propres à droite et à gauche), et \mathbb{U}_{HLL} est l'état moyen sur l'«éventail» complet du problème de Riemann

$$\mathbb{U}_{HLL} = \frac{1}{S_R - S_L} \int_{S_L}^{S_R} \mathbb{W}(\xi) d\xi. \quad (2.84)$$

On montre à l'aide de la loi de conservation (2.53) que

$$\mathbb{U}_{HLL} = \frac{S_R \mathbb{U}_R - S_L \mathbb{U}_L + F_L - F_R}{S_R - S_L}, \quad (2.85)$$

où on a noté $F_L = F(\mathbb{U}_L)$ et $F_R = F(\mathbb{U}_R)$. Comme dans l'approche de Roe, le flux numérique ne sera pas $\tilde{F} = F(\tilde{\mathbb{W}})$. On peut montrer à l'aide de l'équation (2.53) appliquée au problème approché que le flux dans la région intermédiaire peut s'écrire

$$F_{HLL} = F_L - S_L \mathbb{U}_L - \int_{S_L}^0 \tilde{\mathbb{W}}(\xi) d\xi = F_R - S_R \mathbb{U}_R + \int_0^{S_R} \tilde{\mathbb{W}}(\xi) d\xi. \quad (2.86)$$

On déduit le flux numérique

$$F^* = \begin{cases} F_L & \text{si } S_L \geq 0, \\ F_{HLL} & \text{si } S_L < 0 < S_R, \\ F_R & \text{si } S_R \leq 0, \end{cases} \quad (2.87)$$

avec l'expression de F_{HLL}

$$F_{HLL} = \frac{S_R F_L - S_L F_R + S_L S_R (\mathbb{U}_R - \mathbb{U}_L)}{S_R - S_L}. \quad (2.88)$$

Par définition, le schéma HLL ne tient pas compte de la structure du problème de Riemann pour les ondes intermédiaires. Par exemple, pour les équations d'Euler, on a une onde supplémentaire (correspondant à une valeur propre simple en une dimension, multiple à deux et trois dimensions). Le schéma HLLC, proposé par Toro, Spruce et Speares (Toro *et al.*, 1994) tient compte d'une onde intermédiaire, dans une approche équivalente à la précédente (mais qui comporte désormais deux régions intermédiaires). Pour la magnétohydrodynamique en trois dimensions, le problème comporte huit ondes. Le solveur HLLD (Miyoshi & Kusano, 2005) a été proposé comme solveur approché, tenant compte de cinq ondes (discontinuité de contact, ondes d'Alfvén et ondes magnétosoniques rapides).

2.1.4.4 L'ordre deux en espace

La méthode de Godunov telle que nous l'avons présentée, est d'ordre 1. Afin d'atteindre une précision correcte, il serait raisonnable d'utiliser une méthode d'ordre supérieur. Cependant, nous avons déjà vu que dans le cas des solveurs linéaires, des oscillations peuvent apparaître, et celles-ci correspondent aux régions présentant des discontinuités fortes dans les variables. On peut tenter de régler ce problème en utilisant des solveurs non-linéaires. Dans un premier temps, construisons une méthode d'ordre 2 à partir de la méthode de Godunov.

Une possibilité pour obtenir un solveur d'ordre 2 est celle de l'approche MUSCL-Hancock (van Leer, 1973, 1974, 1977a,b, 1979) : au lieu de considérer des états constants par morceaux dans les cellules, on ajoute une pente dépendant des cellules voisines. Il existe aussi des méthodes comme PPM (*Piecewise Parabolic Method*, Colella & Woodward, 1984), où les états sont des polynômes de degré 2. On pourrait alors résoudre le problème de Riemann généralisé pour des états initiaux non constants, ce qui est fait dans les méthodes dites GRP (*Generalized Riemann Problem*). La méthode MUSCL-Hancock se contente d'utiliser la pente pour calculer un état modifié au niveau de la face à laquelle on résout le problème de Riemann. Cette méthode est de type prédicteur-correcteur. En voici les grandes étapes. On notera \mathbb{U}_i^n l'état de la cellule courante et \mathbb{U}_{i+1}^n celui de la cellule de l'autre côté de l'interface considérée, on supposera une pente Δ_i déjà attribuée pour la cellule i .

1. **Reconstruction.** On calcule les états aux faces gauche et droite

$$\mathbb{U}_i^L = \mathbb{U}_i^n - \frac{\Delta_i}{2}, \quad \mathbb{U}_i^R = \mathbb{U}_i^n + \frac{\Delta_i}{2}. \quad (2.89)$$

2. **Prédiction.** On fait évoluer ces états interpolés sur un demi pas de temps à l'aide des flux locaux :

$$\bar{\mathbb{U}}_i^L = \mathbb{U}_i^L + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F(\mathbb{U}_i^L) - F(\mathbb{U}_i^R)), \quad \bar{\mathbb{U}}_i^R = \mathbb{U}_i^R + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F(\mathbb{U}_i^R) - F(\mathbb{U}_i^L)). \quad (2.90)$$

3. **Correction.** On résout le problème de Riemann avec comme états $\mathbb{U}_L = \bar{\mathbb{U}}_i^R$ et $\mathbb{U}_R = \bar{\mathbb{U}}_{i+1}^L$, et on applique la méthode de Godunov habituelle pour calculer \mathbb{U}_i^{n+1} .

Reste à choisir les pentes Δ_i . Ces pentes seront, de manière assez naturelle, fonctions des différences entre états voisins

$$\Delta_{i-1/2} = \mathbb{U}_i^n - \mathbb{U}_{i-1}^n, \quad \Delta_{i+1/2} = \mathbb{U}_{i+1}^n - \mathbb{U}_i^n. \quad (2.91)$$

Un choix classique est la moyenne pondérée de ces différences :

$$\Delta_i = \frac{1+\omega}{2} \Delta_{i-1/2} + \frac{1-\omega}{2} \Delta_{i+1/2}, \quad (2.92)$$

où ω est un paramètre compris entre -1 et 1 . Il est possible de montrer que le solveur qui résulte de cette approche est d'ordre deux en temps et en espace. Le problème de ce choix est que les pentes résultantes peuvent créer des oscillations artificielles, comme en témoigne la figure 2.5. Pour pallier ce problème, on peut recourir à un *limiteur de pente* : on remplace les pentes Δ_i par des pentes $\bar{\Delta}_i = \psi(\Delta_{i-1/2}, \Delta_{i+1/2})$. Quelques limiteurs de pente sont donnés en table 2.1 et illustrés en figure 2.6. À l'aide de ces limiteurs, on obtient un schéma globalement d'ordre 2, mais d'ordre 1 dans les régions à fort gradient (ce qui évite les oscillations parasites).

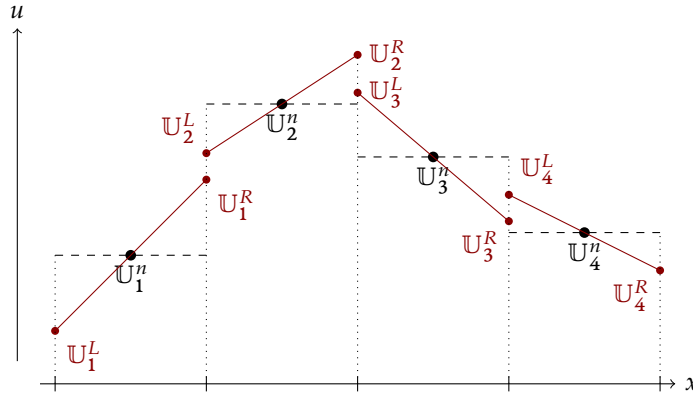


FIGURE 2.5 – Exemple d'interpolation des états à l'aide de pentes provenant de l'équation (2.92), avec $\omega = 0$. On notera le changement artificiel de sens de variation entre les cellules 3 et 4.

2.2 Les contraintes techniques

Nous avons vu la théorie sous-jacente à un solveur de type volumes finis. Sa mise en œuvre n'est cependant pas forcément aisée. En effet, il faut trouver un compromis entre contraintes physiques (résolution minimale, etc.), numériques (condition CFL) et matérielles (espace mémoire, temps de calcul).

Nom	Expression $\psi(a, b)$
MINMOD	$S(a, b) \min(a , b)$
SUPERBEE	$S(a, b) \max(\min(2 a , b), \min(a , 2 b))$
Van Leer	$S(a, b) \frac{2 ab }{ a + b }$

TABLE 2.1 – Quelques limiteurs de pente. $S(a, b) = \frac{1}{2} (\text{sgn } a + \text{sgn } b)$.

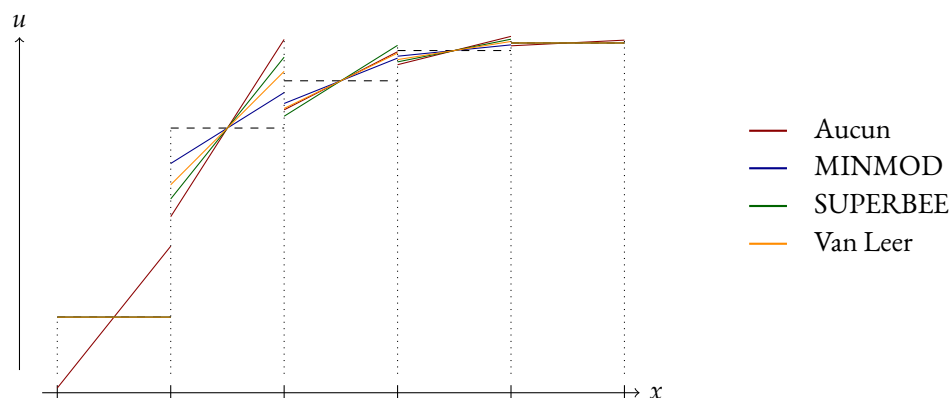


FIGURE 2.6 – Comparaison des différents limiteurs de pente

2.2.1 Des problèmes de taille

L'une des problématiques majeures en astrophysique est le traitement des nombreuses échelles en jeu. Supposons que nous voulions simuler la formation d'étoiles dans une boîte cubique d'un kiloparsec de côté. Rien que pour résoudre les distances de l'ordre de l'unité astronomique, il faut couvrir plus de huit ordres de grandeur. Le problème étant tridimensionnel, une discrétisation régulière demanderait donc un maillage comptant au moins 10^{24} cellules. Afin de se représenter la quantité de données correspondantes, supposons que nous mettions un octet par cellule sur des cartes mémoires de type Micro SD d'une capacité de 200 Go (à l'heure où j'écris ces lignes, c'est proche de l'optimum en termes de quantité d'information par unité de volume). Une carte SD occupant un volume de 158 mm^3 , nos données occuperaient un volume d'environ $1\,000\,000 \text{ m}^3$, soit un cube de cent mètres de côté. Et nous n'avons stocké qu'un seul octet par cellule.

Afin de pouvoir manipuler un problème de taille raisonnable, il va falloir faire un certain nombre de compromis. En particulier, il va falloir être modeste, et laisser tomber l'idée de résoudre parfaitement toutes les échelles. C'est là qu'intervient le maillage adaptatif que je décrirai plus loin, mais aussi des modèles sous-grille pour les phénomènes se produisant à des échelles non résolues.

En plus de cette limitation en espace (à la fois physique et informatique), le temps de calcul est lui aussi une contrainte importante. Supposons maintenant que nous décidions de limiter notre simulation à une résolution de l'ordre du parsec, et mettons que les vitesses les plus importantes que nous ayons à traiter sont de l'ordre de la centaine de kilomètres par seconde. La condition CFL correspondante est alors

$$\Delta t \leq \frac{1 \text{ pc}}{100 \text{ km s}^{-1}} \approx 10 \text{ kyr.}$$

Supposons que nous voulions faire évoluer cette simulation durant une centaine de millions d'années. Il nous faudrait donc une dizaine de milliers de pas de temps. Toujours dans notre boîte d'un kiloparsec, nous avons un milliard de cellules à parcourir. Si notre code est capable de traiter dix mille cellules par seconde, un pas de temps prend cent mille secondes, ce qui donne un temps de simulation d'un milliard de secondes, soit un peu moins de 32 ans. Afin de faire plus d'un dixième de calcul pendant la durée d'une thèse, il est nécessaire de faire en sorte que le code soit capable d'exploiter les ressources de calcul parallèle. En effet, si l'on exécute le même calcul sur mille processeurs en parallèle, en supposant un parallélisme parfait, le temps de calcul est réduit à onze jours, ce qui est bien plus abordable.

2.2.2 Le parallélisme

Voyons maintenant comment faire en sorte qu'un code soit parallèle. Le parallélisme le plus simple que l'on puisse imaginer, c'est de lancer plusieurs fois le même programme. C'est simple, mais si les différentes instances ne peuvent pas communiquer, ce n'est pas très utile, mis à part pour parcourir un ensemble de paramètres assez grand. Il est donc nécessaire de pouvoir faire en sorte que plusieurs instances d'un même programme puissent communiquer entre elles (et ce, sur des cœurs de calcul pouvant être sur des machines physiques différentes). C'est exactement le but de la norme MPI (*Message Passing Interface*), qui permet comme son nom l'indique de transférer des messages entre des unités de calcul (la plupart du temps, des instances d'un même programme). Ces instances ont alors accès au nombre total d'instances, mais aussi à leur *rang*, c'est-à-dire du numéro qui leur est attribué. Elles peuvent aussi communiquer via un certain nombre de primitives. Des exemples sont schématisés en figure 2.7. En plus de ces primitives d'envoi et réception de données, on peut notamment citer la primitive `MPI_Barrier` qui synchronise toutes les tâches avant de continuer l'exécution.

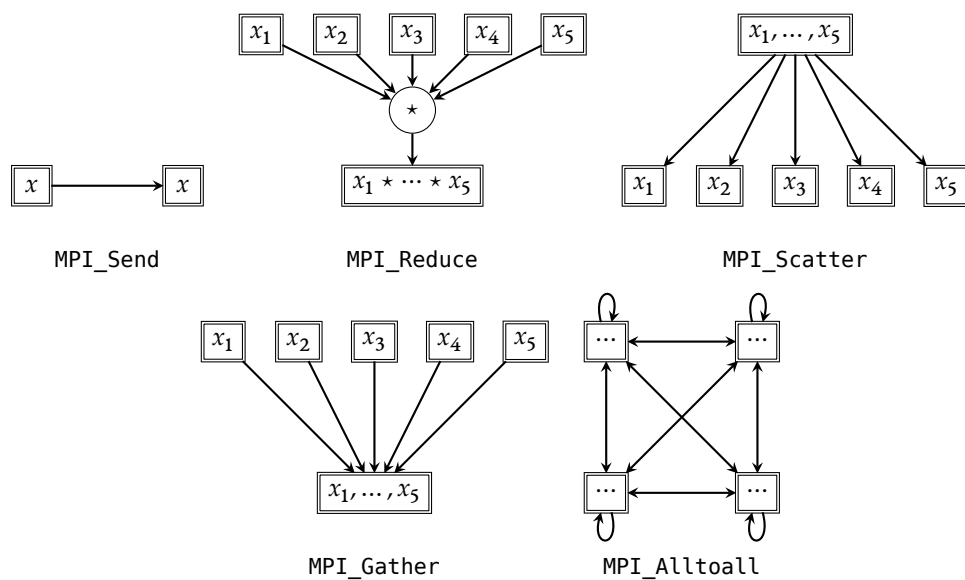


FIGURE 2.7 – Quelques primitives MPI. Chaque rectangle est une tâche.

Par défaut, les communications MPI sont *bloquantes*, c'est-à-dire que l'expéditeur et le destinataire attendent que le message soit passé avant de continuer. Il est possible d'effectuer des communications *non bloquantes*, au prix d'une légère complication de l'algorithme : il faut occuper les temps d'attente

par des calculs, tout en tenant compte des données manquantes. Le parallélisme cause principalement deux types de ralentissement dans l'exécution. Le premier est simplement dû aux différences de charge des tâches. En effet, il est rare que deux tâches finissent leur travail au même moment, l'une d'entre elles devra souvent attendre l'autre. Le second vient de la communication elle-même. Deux tâches peuvent être sur le même nœud de calcul (auquel cas la communication est très rapide), mais peuvent aussi être sur deux nœuds reliés par un réseau plus ou moins rapide. Ce temps d'attente peut se décomposer en une partie fixe correspondant à l'initialisation de la connexion, et une partie proportionnelle à la quantité de données échangées.

Du point de vue algorithmique, la complication majeure vient du fait qu'un processus MPI n'a en général pas accès à l'intégralité des données, puisque ces dernières sont réparties sur l'ensemble des nœuds de calcul. Il faut donc, d'une part, choisir une méthode de *décomposition de domaine* afin d'attribuer à chaque processus une partie des données, et d'autre part, gérer les communications lorsque c'est nécessaire. Il est donc assez clair qu'un code rapide privilégiera une répartition minimisant les communications. En général, cela se ramène à une numérotation bien choisie des cellules du maillage, telle que des cellules proches aient dans la plupart des cas des numéros proches. Ainsi, en subdivisant à l'aide de cette numérotation, on peut approcher un optimum du point de vue des communications. Formellement parlant, il s'agit de partitionner un graphe en minimisant le nombre d'arêtes coupées. Ce problème est NP-complet³, d'où la nécessité de recourir à une résolution approchée.

L'efficacité d'un code parallèle peut se mesurer par le temps de calcul en fonction du nombre de processus utilisés. On a donc principalement deux paramètres : la taille du problème et le nombre de processus, et une observable : le temps de calcul. Deux métriques sont souvent utilisées, elles correspondent à ce que l'on appelle le *passage à l'échelle* (*scaling*). L'une, appelée *strong scaling*, consiste à comparer le temps de calculs en fonction du nombre de processus, avec une taille constante du problème. Dans un système parfaitement parallèle, on s'attendrait à ce que le temps de calcul soit inversement proportionnel au nombre de processeurs utilisés. En pratique, les complications algorithmiques dues au parallélisme imposent une limite. Cette limite est traduite par la loi d'Amdahl (Amdahl, 1967). Si l'on note $S(p)$ le rapport du temps de calcul sur un processus et du temps de calcul sur p processeurs (*speedup*), on peut estimer $S(p)$ par la loi suivante :

$$S(p) \approx \frac{1}{1 - f + \frac{f}{p}}, \quad (2.93)$$

où f est la fraction du temps de calcul occupée par des calculs purement parallèles. Cette loi est illustrée en figure 2.8. On peut en particulier noter que l'efficacité possède une borne supérieure dépendant de f . Ceci justifie la nécessité de minimiser le surcoût dû à la parallélisation.

Une fois qu'une efficacité quasi-maximale a été obtenue, il est inutile d'augmenter le nombre de processus. On peut cependant toujours augmenter la taille des données, afin de bénéficier de la puissance de calcul parallèle au-delà de cette première limite. Cette nouvelle métrique est appelée *weak scaling*, et compare le temps d'exécution sur un processus pour un problème de taille N , et le temps d'exécution sur p processus pour un problème de taille Np . Si le problème s'effectue en un temps linéaire par rapport à la taille, cette mesure $W(p)$ devrait être constante et égale à 1 dans un cas idéal. On peut, sous

3. Ce concept a été introduit par Stephen Cook (Cook, 1971). Un problème NP est un problème informatique pour lequel on connaît un algorithme de résolution *non déterministe* terminant en un temps au plus polynômial par rapport à la taille des données, autrement dit, pour lequel il est possible de vérifier une solution en un temps au plus polynômial. On dit d'un problème qu'il est NP-complet s'il est «au moins aussi difficile» que les autres problèmes NP, c'est-à-dire que l'on peut transformer un algorithme de résolution de ce problème en un algorithme de résolution de n'importe quel autre problème NP. L'existence d'algorithmes *déterministes* pour résoudre les problèmes NP-complets est une question ouverte (on parle du problème $P = NP$).

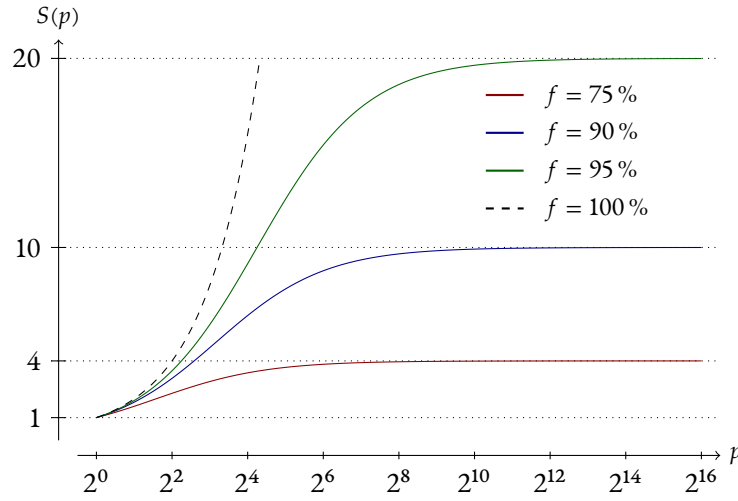


FIGURE 2.8 – La loi d’Amdahl donnant une estimation de l’accélération atteignable pour un code parallèle.

l’hypothèse d’un temps de calcul linéaire par rapport à la taille, à nouveau raffiner avec la loi d’Amdahl :

$$W(p) \approx \frac{S(p)}{p}. \quad (2.94)$$

Cette évolution est résumée en figure 2.9. On constate que cette fois-ci, l’efficacité $W(p)$ tend vers 0 lorsque le nombre de processeurs p augmente, ce qui signifie qu’on ne peut pas augmenter indéfiniment la taille du problème tout en bénéficiant d’une augmentation du nombre de processus.

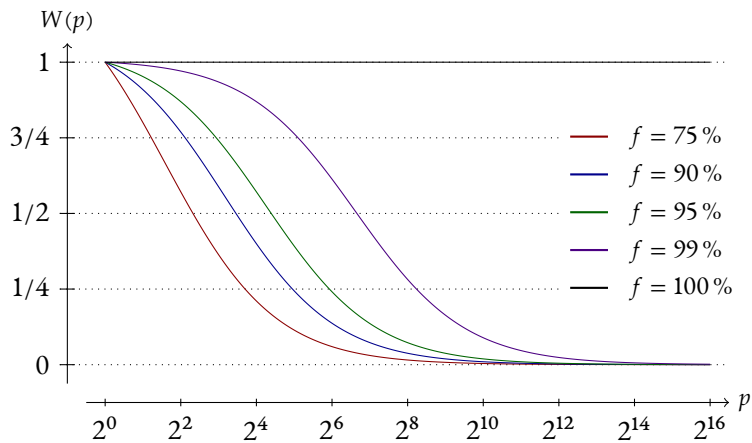


FIGURE 2.9 – Un modèle de *weak scaling* à l’aide de la loi d’Amdahl pour un algorithme linéaire par rapport à la taille des données

2.2.3 Un maillage adaptatif

Afin de faire des simulations de systèmes physiquement pertinents en un temps raisonnable, nous avons survolé les outils permettant d'exécuter du code en parallèle, et les difficultés que cela peut entraîner. Afin de réduire le besoin en puissance de calcul, on peut aussi diminuer la résolution. Ceci, bien que facile, n'est pas toujours souhaitable. On peut donc faire un compromis : utiliser un maillage adaptatif. L'idée est de se laisser le choix d'un maillage dans lequel on peut augmenter la résolution en fonction de critères choisis à l'avance (on peut par exemple vouloir ajouter de la résolution dans les zones où les gradients sont très forts). Selon le type de maillage utilisé, plusieurs possibilités se présentent. Pour un maillage non structuré (par exemple à base de triangles ou de tétraèdres quelconques), on peut par exemple diviser chaque cellule en sous-cellules. La figure 2.10 donne un exemple pour un maillage triangulaire.

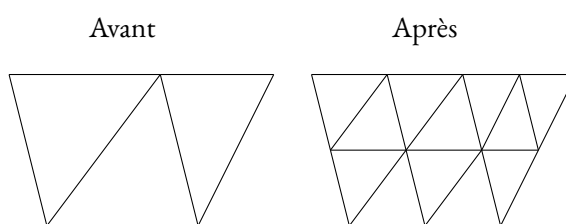
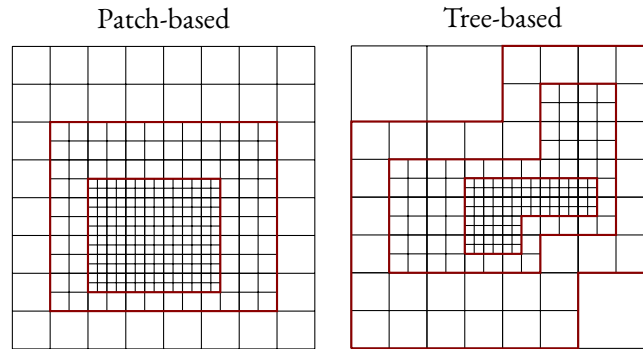


FIGURE 2.10 – Une façon d'augmenter localement la résolution dans un maillage triangulaire non structuré

En astrophysique, on a souvent assez peu de contraintes géométriques comme des surfaces aux formes complexes interagissant avec le fluide. Les maillages ont donc tendance à être cartésiens, voire même formés uniquement de cubes. Dans ce cas particulier, il est très facile d'augmenter la résolution : il suffit de couper la cellule en deux dans chaque direction. Un des attraits d'un maillage régulier est la facilité de numérotation. Ainsi, on peut repérer chaque cellule d'un maillage en cubes à l'aide de trois coordonnées seulement. Passer d'une cellule à sa voisine est aussi très simple. Dans un maillage adaptatif quelconque, les choses se compliquent. Afin de garder un certain degré de facilité, on peut suivre deux approches. La première consiste à augmenter la résolution dans toute une zone du maillage, zone que l'on choisit comme une réunion de parallélogrammes rectangles. On parle de maillage adaptatif de type *patch-based*. Ainsi, on garde le côté simple de la numérotation. Cependant, cette technique n'est pas très efficace lorsque l'on a beaucoup de petites zones où l'on veut augmenter la résolution. On peut alors avoir recours à une autre représentation, appelée *tree-based* dans la littérature : un arbre, où une cellule que l'on a découpé est un nœud interne, et une cellule non découpée est une feuille. Ces deux approches sont schématisées en figure 2.11.

La géométrie cartésienne de ce type de maillage est très simple. On peut donc, en plus d'un maillage statique non-uniforme, avoir un maillage qui évolue dans le temps : on raffine le maillage là où le besoin s'en fait sentir, et on revient à plus basse résolution si le besoin disparaît. Il suffit d'être en mesure de décider si oui ou non une cellule a besoin d'être raffinée. On peut ainsi décrire précisément les zones d'intérêt, tout en économisant du temps de calcul en baissant la résolution dans une partie du domaine simulé.

Alors que les méthodes *patch-based* conservent un schéma de numérotation des cellules basé sur des triplets (d -uplets en dimension d), le cas des méthodes *tree-based* est plus complexe. En général, on se sert alors d'une courbe parcourant l'espace, le long de laquelle on ordonne les cellules. Il serait toutefois

FIGURE 2.11 – Comparaison de maillages adaptatifs de type *patch-based* et *tree-based*

difficile de changer de courbe (et donc potentiellement de numérotation) à chaque fois que l'on modifie le maillage. En pratique, on choisit une ou plusieurs courbes couvrant un maillage régulier (ce qui est le cas si l'on coupe l'arbre à une hauteur donnée). On peut décider de numérotter les cellules à l'aide d'une courbe parcourant le niveau le plus fin (il faut alors choisir une façon de gérer les «trous» laissés par les cellules non raffinées), ou bien on concatène des parties de courbe obtenues à des niveaux différents (ce qui nécessite de s'assurer de la cohérence de la numérotation). Passons brièvement en revue quelques uns de ces schémas d'ordonnement.

Vu que la plupart des maillages adaptatifs sont basés sur des divisions en deux, les arbres qui en résultent sont de degré 2^d (d'où les noms *quadtree* en dimension deux et *octree* en dimension 3). Étudions donc la numérotation des cellules d'un maillage régulier de taille $N = 2^l$ dans chaque direction. Les différents ordonnancements (en deux dimensions) sont représentés en figure 2.12. Le schéma de numérotation le plus simple que l'on puisse imaginer est de numérotter «ligne par ligne» : on choisit une cellule de départ à un coin du cube (ou carré, en deux dimensions), et une première direction x le long de laquelle on numérote toutes les cellules, puis on continue en se déplaçant d'une cellule dans une autre (y), et on répète l'opération. En trois dimensions, une fois que toutes les cellules du plan sont numérotées, on avance d'un pas selon la troisième direction (z) et on répète l'opération. C'est l'ordonnement «simple» décrit sur la figure 2.12. Passer d'une cellule à son numéro d'ordre et inversement se fait par un calcul très simple :

$$S(x, y, z) = x + Ny + N^2z \quad (2.95)$$

$$x(S) = S \bmod N \quad (2.96)$$

$$y(S) = \frac{S - x}{N} \bmod N \quad (2.97)$$

$$z(S) = \frac{S - x - Ny}{N^2} \quad (2.98)$$

En plus de cette simplicité, la méthode s'étend très facilement à des maillages n'ayant pas la même taille dans toutes les directions. Il présente cependant deux défauts majeurs. Le premier, lorsque l'on choisit une portion arbitraire de la courbe, il est possible de ne pas avoir un domaine connexe. On pourra considérer par exemple les 3 dernières cellules d'une ligne, et les 3 premières de la suivante dans une grille avec $N = 8$: leur numéros se suivent, mais on a bien deux groupes disjoints. Le deuxième vient du rapport surface-volume de tels sous-domaines. On peut observer qu'en général, une partition du maillage le long de cette courbe donne des domaines très allongés dans une ou deux directions, et potentiellement fins (on peut atteindre une seule cellule d'épaisseur) dans la ou les autres. Ceci implique que le rapport

entre le nombre de cellules au bord d'un domaine et le nombre de cellules total peut être très élevé (voire égal à 1, si le nombre de cellules est petit), et donc qu'il faudra beaucoup de communications dans un code parallèle, ce qui n'est pas souhaitable.

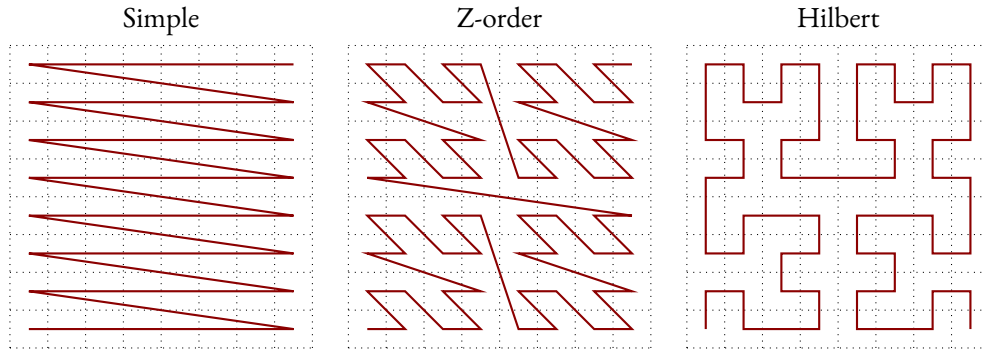


FIGURE 2.12 – Trois ordonnancements possibles pour un maillage régulier

Il faut donc envisager de quitter cette simplicité, afin d'améliorer les performances du point de vue de la communication. Une amélioration que l'on peut imaginer pour le schéma précédent, est de changer alternativement de direction le long de la numérotation. Alors que la représentation binaire du nombre $S(x, y, z)$ était formé de trois blocs contigus représentant x , y et z (voir figure 2.13), on peut choisir le nouvel ordonnancement $Z(x, y, z)$ comme étant formé de ces trois nombres entrelacés. On obtient ainsi la *Z-order curve*, qui est souvent utilisée du fait de sa relative simplicité. Ce schéma d'ordonnement permet d'obtenir des domaines avec un rapport surface-volume plus bas, et le passage de (x, y, z) à $Z(x, y, z)$ et inversement est relativement simple, c'est pourquoi on le retrouve assez souvent. Il possède toutefois le même défaut que le schéma précédent, deux cellules consécutives ne sont pas nécessairement voisines, et il est possible de créer des domaines non connexes. On observe tout de même que les « sauts » sont en général moins grands. Afin de s'affranchir de ce problème, un autre schéma est parfois utilisé : la *courbe de Hilbert*. Alors que la *Z-order curve* représente un comptage binaire des cellules, la courbe de Hilbert est basée sur un comptage en code Gray ⁴, et le motif de base qui en résulte est tourné de manière à assurer que deux cellules consécutives sont voisines. Le passage entre les coordonnées (x, y, z) et le numéro $H(x, y, z)$ est cependant plus complexe, c'est pourquoi la *Z-curve* lui est parfois préférée.

Cette technique de maillage adaptatif est très utile et utilisée dans de nombreux codes, mais n'apporte pas de solution définitive : gérer une hiérarchie profonde peut donner lieu à une répartition de charge très inhomogène, et des accès mémoire peu réguliers, ce qui fait perdre en performance sur des architectures haute performance. En outre, d'un point de vue plus physique, la taille du pas de temps sera déterminée par les cellules les plus fines (même si des adaptations sont possibles) via une condition de type CFL, ce qui peut considérablement ralentir la simulation. Il est donc courant d'avoir recours à des modèles sous-grille, lorsque l'on ne peut plus se permettre d'ajouter de la résolution.

2.2.4 Des modèles sous-grille

Utiliser un modèle sous-grille peut avoir plusieurs intérêts. Cela permet par exemple de diminuer considérablement le besoin de résolution pour traiter un certain phénomène (par exemple, la forma-

4. Le code Gray est une manière de compter de telle façon qu'un seul bit change d'un nombre au suivant.

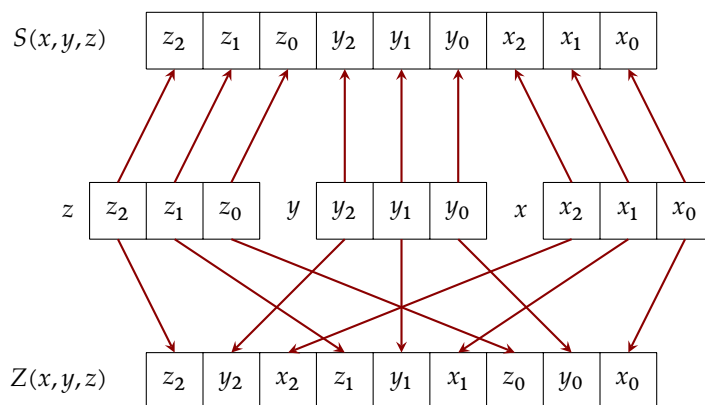


FIGURE 2.13 – Ordonnancement et représentation binaire pour les schémas «simple» et «Z-order».

tion des étoiles à l'échelle d'une galaxie), qui demanderait à lui seul des simulations conséquentes. Parfois, le phénomène en question n'est lui-même que peu connu, et on n'a alors pas d'autre choix que d'ajouter empiriquement ce que l'on pense être sa contribution (obtenue par des modèles pouvant balayer tout le spectre entre l'équation analytique et des résultats d'observation ou de mesures). Enfin, certains processus peuvent être bien connus et étudiés, mais les ajouter dans une simulation plus grande nécessiterait de tenir compte de phénomènes physiques plus complexes qui n'ont un intérêt que localement.

Un exemple assez parlant est l'ajout de supernovae à une simulation du milieu interstellaire. Non seulement l'échelle de la dynamique interne de la supernova est bien plus petite que celle du milieu interstellaire lui-même, mais la physique interne est à l'heure actuelle encore mal comprise, et les modèles les plus prometteurs nécessitent de traiter de nombreux phénomènes ayant peu d'importance dans le milieu interstellaire comme par exemple le chauffage par les neutrinos ou la relativité générale dans le cas d'un progéniteur très massif. À une résolution de l'ordre de la fraction de parsec, il est raisonnable de considérer une supernova comme un ajout brutal d'énergie cinétique et thermique, ce qui permet de laisser tomber les phénomènes complexes n'ayant d'importance qu'à très petite échelle de temps et d'espace pour la dynamique de la supernova.

En pratique, un modèle sous-grille est traduit par un algorithme qui modifie l'état de quelques cellules en fonction de leur état courant et éventuellement de paramètres externes. Le modèle le plus simple que l'on puisse imaginer est la modification d'une variable, par exemple l'ajout d'une source de matière ou d'énergie cellule par cellule. On peut raffiner en faisant dépendre cette source des variables locales (densité, pression, etc.). Des modèles plus avancés pourront affecter plusieurs cellules. C'est le cas par exemple du modèle de supernovae que j'utilise pour ce travail de thèse. Parmi les modèles sous-grille usuels pour la dynamique du milieu interstellaire on peut citer la rétroaction des étoiles, les processus de chauffage et refroidissement, la chimie, les puits gravitationnels, etc.

2.3 Le code RAMSES

Toutes les simulations présentées sont réalisées à l'aide du code RAMSES (Teyssier, 2002). Il s'agit d'un solveur de type volumes finis utilisant la méthode de Godunov, avec différents solveurs et limiteurs de pente. Ce code contient des modules adaptés à de nombreuses situations astrophysiques, de la dynamique cosmologique à grande échelle à la formation des étoiles.

2.3.1 La physique

La version de base de RAMSES traite l'hydrodynamique (équations d'Euler) avec auto-gravité, auxquels peuvent être ajoutés des modèles sous-grille de chauffage et refroidissement, de formation d'étoiles et de rétroaction. Le tout peut s'appliquer dans un contexte cosmologique (expansion à la Friedmann). Afin de traiter le champ magnétique, j'utilise la version MHD de RAMSES (Fromang *et al.*, 2006), utilisant le solveur HLLD (Miyoshi & Kusano, 2005). Les équations correspondantes sont :

$$\partial_t \rho + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.99)$$

$$\partial_t (\rho \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{v} \otimes \vec{v} + \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) \mathbb{I} - \frac{\vec{B} \otimes \vec{B}}{4\pi} \right) = -\rho \vec{\nabla} \phi, \quad (2.100)$$

$$\partial_t E + \vec{\nabla} \cdot \left(\left(E + P + \frac{B^2}{8\pi} \right) \vec{v} - \frac{1}{4\pi} (\vec{v} \cdot \vec{B}) \vec{B} \right) = -\rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \phi - \rho \mathcal{L}, \quad (2.101)$$

$$\partial_t \vec{B} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \otimes \vec{B} - \vec{B} \otimes \vec{v}) = 0, \quad (2.102)$$

$$\Delta \phi - 4\pi G \rho' = 0, \quad (2.103)$$

où ρ , \vec{v} , \vec{B} , P et ϕ sont respectivement la densité, la vitesse, le champ magnétique, la pression et le potentiel gravitationnel. E est l'énergie totale (thermique, cinétique et magnétique) par unité de volume, et $\rho \mathcal{L}(n, T) = n^2 \Lambda(n, T) - n \Gamma(n, T)$ est la fonction de chauffage-refroidissement (n étant la densité de particules). \mathbb{I} est le tenseur identité et ρ' est la densité effective contribuant à la gravité.

L'évolution du champ magnétique lui-même n'est pas traitée comme les autres champs, car il est primordial d'assurer $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ à la précision machine. Pour ce faire, un algorithme de transport contraint (Evans & Hawley, 1988) est utilisé. L'idée générale de cet algorithme est d'utiliser l'équation d'induction (2.102), intégrée sur les faces des cellules :

$$\frac{d}{dt} \int_F \vec{B} \cdot \vec{n} dS = -c \int_{\partial F} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}, \quad (2.104)$$

où $\vec{E} = -\frac{1}{c} \vec{v} \wedge \vec{B}$ est le champ électrique. Il est alors pertinent de choisir de représenter le champ magnétique non pas par sa valeur moyenne sur chaque cellule, mais par son flux sur chaque face (on passe donc de trois à six variables). Le champ électrique est alors interpolé sur les arêtes, et l'évolution du champ magnétique est faite en résolvant un problème de Riemann bidimensionnel (Londrillo & Del Zanna, 2000) : la donnée initiale est constante sur chacun des quatre quadrants du plan.

La gravité est traitée en résolvant directement l'équation de Poisson à l'aide d'un solveur multigrille (Guillet & Teyssier, 2011). Notons que dans notre cas, comme décrit dans la section 1.2.2, la densité de matière ρ' à l'origine du champ de gravité contient la contribution du gaz ρ mais aussi la contribution ρ_{KG} de la matière noire et des étoiles (équation 1.17). Les valeurs utilisées sont tirées de Joung & Mac Low (2006) : $D = 0,18 \text{ kpc}$, $K = 1,42 \times 10^{-3} \text{ kpc Myr}^{-2}$ et $F = 2,75 \times 10^{-4} \text{ Myr}^{-2}$.

Afin de traiter raisonnablement la dynamique du milieu interstellaire, j'utilise un modèle sous-grille de chauffage et refroidissement analogue à celui utilisé par d'autres groupes (Joung & Mac Low, 2006). Le chauffage est représenté par un fond uniforme d'UV, et le refroidissement tient compte de nombreux processus propres au milieu interstellaire (voir section 1.2.4). Étant donné que le temps caractéristique du refroidissement peut être bien inférieur au pas de temps hydrodynamique, le modèle sous-grille de chauffage-refroidissement utilise un solveur itératif semi-implicite⁵ en temps :

$$e^{m+1} = e^m - \Delta t^m \left(\mathcal{L}(n, T^m) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}(n, T^m) (T^{m+1} - T^m) \right), \quad (2.105)$$

5. Un modèle semi-implicite s'obtient en linéarisant l'équation d'évolution d'un solveur implicite. Elle permet de simplifier la résolution en la ramenant à l'inversion d'une matrice (dans ce cas précis, un scalaire).

où $e(n, T)$ est l'énergie thermique par unité de masse, les indices m et $m + 1$ dénotent respectivement le pas de temps courant et le prochain, Δt^m étant le pas de temps propre au processus de chauffage-refroidissement. Cette évolution se fait à densité constante (puisque l'hydrodynamique n'est pas mise à jour pendant la résolution). Cette méthode nécessitant un grand nombre de calculs pour chaque cellule, la fonction de refroidissement est simplifiée afin de limiter son impact sur le code. La fonction effectivement utilisée est présentée en figure 2.14. Rappelons que pour un gaz parfait polytropique,

$$e(n, T) = \frac{P(n, T)}{\rho(\gamma - 1)} = \frac{k_B T}{\mu(\gamma - 1)}, \quad (2.106)$$

ce qui permet de résoudre numériquement l'équation d'évolution de l'énergie thermique de manière indépendante.

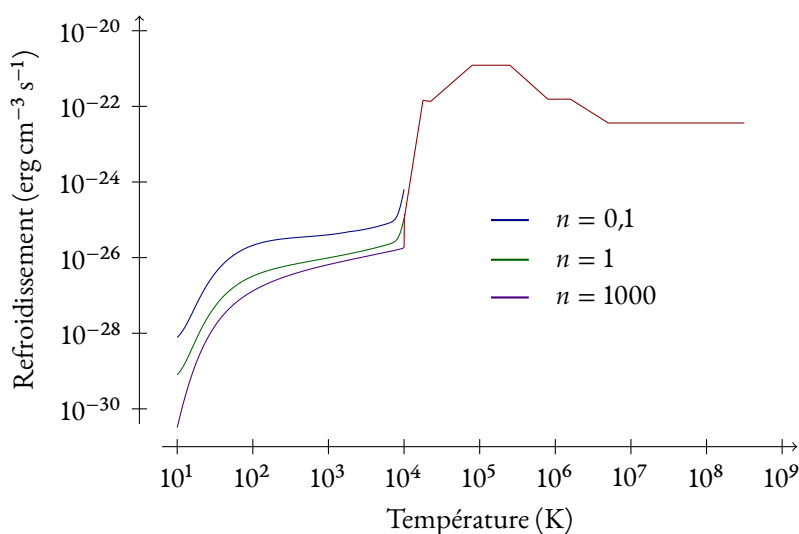


FIGURE 2.14 – La fonction de refroidissement simplifiée $\Lambda(n, T)$ utilisée dans les simulations.

Les étoiles occupent elles aussi un rôle important dans le cycle du milieu interstellaire. Mais nous avons vu qu'il n'était pas possible d'avoir suffisamment de résolution. Il faut donc recourir à des modèles sous-grille. Pour émuler les puits gravitationnels que sont les étoiles en formation, j'utilise des particules puits, disponibles dans le code, et dont le fonctionnement sera expliqué plus loin. La rétroaction étant au cœur de mon travail, j'ai développé moi-même les modèles, et ils seront présentés au chapitre 3.

2.3.2 Le maillage

Le maillage utilisé par RAMSES est un maillage adaptatif cartésien, comme présenté dans la section 2.2.3. Selon des critères choisis (seuils sur les variables ou leurs gradients, géométriques, ...), une cellule peut être coupée en 2^d cellules plus petites (d étant la dimension). Le maillage est basé sur un arbre (*tree-based*), et présente la particularité d'être totalement peuplé (*fully-threaded*, voir Khokhlov, 1998) : tous les nœuds de l'arbre sont liés à des cellules. Il y a donc de l'information redondante, puisque les cellules correspondant à des nœuds internes de l'arbre sont simplement la réunion des cellules correspondant aux enfants du nœud. L'avantage de cette méthode est que l'on peut facilement parcourir

l'arbre en profondeur, et ainsi traiter une grille de résolution uniforme à chaque étape. Un exemple d'un tel arbre en dimension $d = 2$ est donné en figure 2.15.

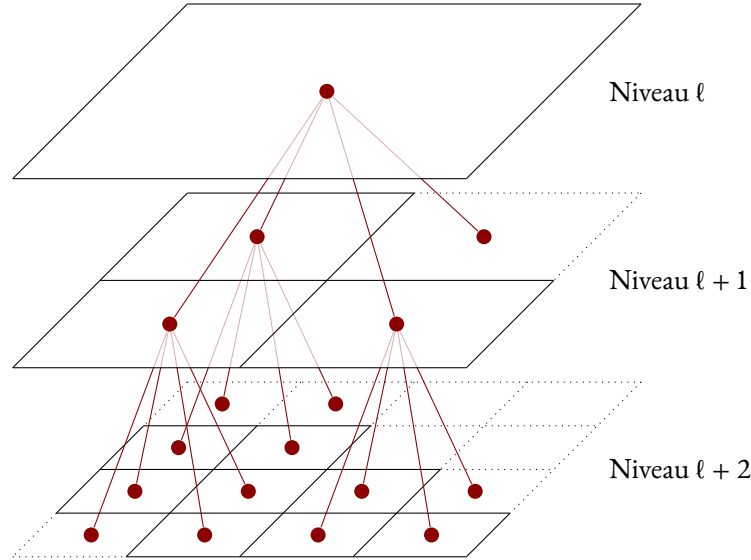


FIGURE 2.15 – Une partie de l'arbre associé à un maillage adaptatif à deux dimensions. Chaque point représente une cellule (existant en mémoire), Les cellules en trait plein sont raffinées.

RAMSES impose une condition supplémentaire sur le maillage (déjà présente dans l'article de Khokhlov, 1998) : il y a au plus un niveau d'écart entre deux cellules voisines. Cette condition facilite grandement les interfaces entre niveaux. En effet, il n'y a maintenant plus que trois cas possibles pour la cellule voisine d'une cellule donnée : plus raffinée, même niveau, moins raffinée. Si de plus le parcours est effectué en profondeur, le fait que l'arbre soit totalement peuplé permet de laisser de côté le cas de la cellule voisine plus raffinée (en supposant qu'elle sera traitée plus tard, ou qu'elle a déjà été traitée, selon la direction du parcours). Modulo une étape d'interpolation (simple, puisqu'il n'y a qu'un niveau d'écart), on peut donc avec ce maillage faire comme si notre problème se composait de grilles de résolution uniforme (mais comportant des trous), et où un niveau plus grossier sert de conditions aux limites à un niveau plus fin.

Étant donné que des cellules plus petites imposent un pas de temps plus petit via la condition CFL, l'avancement en temps risque d'être fortement limité par les cellules les plus fines, alors que ce ne serait pas nécessaire pour les cellules les plus grandes. RAMSES permet d'utiliser un sous-cyclage en temps, c'est-à-dire que l'on peut choisir (niveau par niveau), de faire un pas de temps de durée égale ou doublée par rapport au niveau plus fin. Cela introduit cependant la nécessité d'une synchronisation, puisque le pas de temps fin et le pas de temps grossier peuvent ne pas être exactement en rapport 2 à cause des différentes valeurs entrant dans le calcul du pas de temps, qui peuvent différer légèrement entre les cellules raffinées et les cellules plus grossières, ou qui peuvent être actualisées au deuxième sous-cycle. L'évolution en temps avec un tel schéma est illustrée en figure 2.16.

Passer d'un maillage régulier à un tel maillage adaptatif pose un problème majeur : la décomposition du domaine en vue de la parallélisation. Dans cette optique, deux choses sont primordiales : le rapport «surface-volume» entre le nombre de cellules au bord d'un domaine et le nombre total de cellules de celui-ci, et la répartition de la charge.

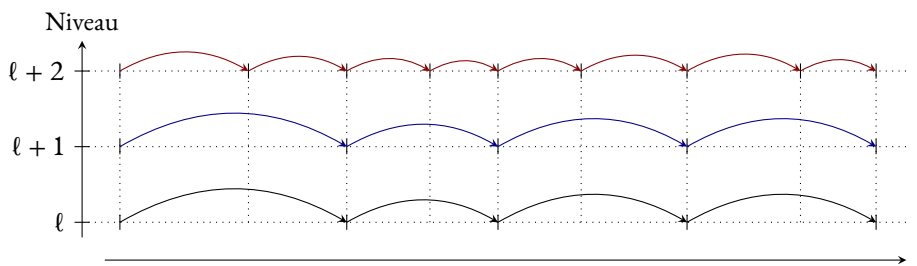


FIGURE 2.16 – Un exemple de pas de temps adaptatif. Les niveaux l et $l + 1$ sont synchronisés, mais le sous-cyclage est activé pour le niveau $l + 2$.

2.3.3 Le parallélisme

Afin de tirer les meilleures performances possibles d'un code parallèle, il est primordial d'optimiser les échanges de données. Bien qu'il soit possible de recouvrir les temps de communication par des calculs, la somme de ces temps est souvent comparable au temps de calcul. Afin de réduire au maximum ce temps de communication, il est nécessaire de limiter autant que possible la quantité de données échangées. Le maillage de l'espace utilisé par RAMSES est découpé en domaines connexes, donc les données échangées correspondent au contenu des cellules situées au bord de chaque domaine. Pour la décomposition utilisée, on peut identifier deux paramètres : la forme des domaines, et leur taille. Pour une forme ayant une faible fraction de cellules au bord, on peut estimer la dépendance par rapport à la taille du domaine. Notons R le « rayon » du domaine (que l'on peut par exemple définir comme la moitié de la distance la plus grande entre deux cellules), S le volume combiné des cellules en surface et V le volume total du domaine. Alors, on a les approximations suivantes :

$$S \propto R^{d-1}, \quad (2.107)$$

$$V \propto R^d, \quad (2.108)$$

$$\frac{S}{V} \propto \frac{1}{R}. \quad (2.109)$$

On en déduit qu'en augmentant la taille du domaine, le rapport entre la surface et le volume diminue.

L'autre facteur important pour la performance d'un code parallèle est la répartition de la charge. En effet, il est fréquent de devoir synchroniser tous les processus de calcul, ce qui implique que les plus rapides devront attendre que les plus lents aient fini leur travail avant de continuer. Il est donc primordial d'équilibrer les calculs nécessaires. Dans le cas de RAMSES, on peut sans trop de risque considérer que le temps de calcul entre les synchronisations est à peu près proportionnel au nombre de cellules. Avoir des temps de calcul comparables sur chaque processus revient donc à avoir à peu près le même nombre de cellules à traiter. Une manière simple d'effectuer cette répartition est de numérotter les cellules, et de couper l'ensemble des numéros en parts à peu près égales. Reste à choisir une numérotation pertinente.

Numérotter des cellules d'un maillage revient à choisir une courbe passant par les centres (ou n'importe quel autre point) de chaque cellule. Il est courant de parler par abus de langage⁶ de « courbe de remplissage » (on emploie souvent la version anglaise *space-filling curve*). Les propriétés recherchées ici sont la localité en espace (deux cellules proches spatialement auront en général des numéros proches),

6. Une courbe de remplissage, ou courbe de Peano, est une bijection de $[0, 1]$ dans $[0, 1]^d$. Ces courbes sont souvent construites comme limite d'une suite de courbes couvrant un maillage de plus en plus fin, ce qui constitue une propriété intéressante puisque l'on peut en principe numérotter un maillage contenant un nombre arbitrairement grand de cellules.

la possibilité de couvrir un maillage arbitrairement grand (en ce qui nous concerne, de taille $(2^n)^d$), et la facilité de calcul des correspondances (dans les deux sens).

Prenons pour l'instant le cas d'un maillage uniforme (nous avons vu que le maillage adaptatif nous permet cela, à condition de se placer à un niveau donné dans l'arbre). On peut alors choisir la courbe de Hilbert pour numérotter la subdivision du cube unité qui nous intéresse. Cette courbe se définit récursivement niveau par niveau, chaque niveau se déduisant du précédent par l'ajout d'un motif de base (en U) sur chaque cellule. Les premiers niveaux de cette courbe (en deux dimensions, mais on peut la généraliser à trois dimensions) sont représentés en figure 2.17. Par un algorithme relativement simple, on peut passer de la position d'une cellule à son numéro.

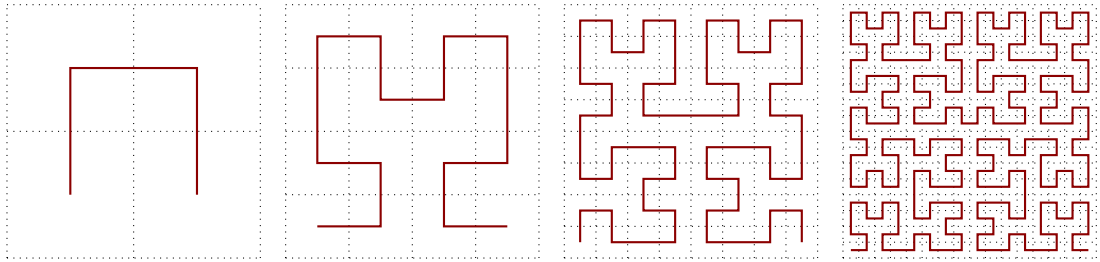


FIGURE 2.17 – Les courbes de Hilbert 2D de niveau 1 à 4

Pour le passage à un maillage adaptatif, on peut simplement numérotter niveau par niveau, comme évoqué précédemment. Le schéma récursif de construction de la courbe de Hilbert offre une propriété intéressante : si l'on ramène les numéros à l'intervalle $[0, 1]$ (en divisant par $2^{d\ell}$ où ℓ est le niveau), les nombres associés aux 2^d cellules de niveau $\ell + 1$ correspondant à une cellule de niveau ℓ sont compris entre les numéros des cellules de niveau ℓ précédente et suivante dans la numérotation. On peut donc combiner des morceaux de courbes à différents niveaux sans problème. En pratique, il sera souvent suffisant de considérer la courbe au niveau le plus fin.

Utiliser la courbe de Hilbert pour décomposer le domaine aux niveau les plus fins du maillage adaptatif est un processus assez aisé. Il faut cependant tenir compte de la structure complète de l'arbre, et notamment du fait que les cellules de niveaux intermédiaires sont peuplées elles aussi. Il faut donc s'assurer que chaque processus dispose de toutes les cellules parentes à ses cellules fines, même si elles ne sont pas gérées par ce processus. De même, des cellules «fantômes» sont ajoutées aux frontières, afin de gérer les communications de manière pratique.

2.3.4 Les particules

Afin de traiter les régions qui s'effondrent sous l'effet de la gravité, RAMSES inclut un modèle sous-grille de particules puits (Krumholz *et al.*, 2004). Ces particules interagissent de manière gravitationnelle avec le gaz, et accrètent la matière proche. Dans le cas de mes simulations, ces particules ont un intérêt double : d'une part elles permettent de pallier le manque de résolution, et d'autre part il est facile de tracer leur position et leur masse, et donc de les utiliser comme points de référence pour les sources de rétroaction. Décrivons rapidement comment elles fonctionnent. Pour une description plus détaillée, voir les articles de Krumholz *et al.* (2004) et Bleuler & Teyssier (2014).

Par défaut, les particules puits de RAMSES ne font qu'accréter de la matière. Il faut donc s'assurer que les cellules au voisinage d'une éventuelle particule puits seraient sujettes à un effondrement gravitationnel suffisamment important pour que la matière accrétée ne s'en échappe plus. En pratique, il

existe plusieurs critères. Le critère le plus simple est de choisir un seuil en densité. C'est le choix que j'ai fait dans mes simulations (le seuil en question étant 1000 cm^{-3}). On peut aussi caractériser les régions d'effondrement en comparant la taille des cellules à la longueur de Jeans, ou se baser sur un critère encore plus complexe faisant intervenir le théorème du viriel. En plus de ce critère, un critère spatial évite de créer des particules puits trop proches les unes des autres.

Une fois les particules créées, elles accrètent de la matière autour d'elles. Une fois de plus, plusieurs options sont possibles. La plus simple consiste à nouveau à absorber une certaine fraction de la masse en excès par rapport à la densité seuil de création dans chaque cellule. C'est le schéma que j'utilise (la fraction étant la valeur par défaut, $3/4$). D'autres critères plus évolués existent, comme l'accrétion de Bondi-Hoyle (Bondi, 1952 ; Ruffert, 1994, et articles suivants). La quantité de mouvement du gaz accréte est transférée à la particule, en plus de l'accélération due à son interaction gravitationnelle avec le gaz. Ces particules puits sont donc mobiles, au même titre que les autres types de particules que peut gérer RAMSES (traceurs, matière noire, etc.).

Plan du manuscrit

Ce manuscrit est divisé en quatre parties principales. Maintenant que nous avons posé les fondements astrophysiques (chapitre 1) et numériques (chapitre 2) de mon travail dans cette première partie, nous pouvons entrer dans le vif du sujet. La description de mon travail à proprement parler sera séparée en deux parties. Dans un premier temps, je présenterai le travail technique que j'ai effectué. J'ai été amené à adapter le code RAMSES aux nécessités de mes simulations (chapitre 3), notamment en ce qui concerne l'ajout des modèles de rétroaction. J'ai aussi dû développer mes propres outils d'analyse des résultats de ces simulations (chapitre 4), adaptés à la grande quantité de données en jeu, mais aussi aux différents types d'analyse que j'ai menées. Dans un second temps, je présenterai les résultats scientifiques obtenus. Un premier chapitre présentera les résultats de simulations à l'échelle d'un nuage moléculaire destinées à quantifier l'impact d'une supernova sur celui-ci (chapitre 5), tandis que le second présentera les simulations à l'échelle galactique en vue d'obtenir une étude cohérente du milieu interstellaire (chapitre 6). Une dernière partie conclura ce manuscrit.

Deuxième partie

La physique dans un code de calcul

Chapitre 3

Les processus de rétroaction

Si le savoir peut créer des problèmes, ce n'est pas l'ignorance qui les résoudra.

Isaac Asimov

Comme nous l'avons vu en introduction, la rétroaction joue un rôle important dans la dynamique du milieu interstellaire. Cependant, nous avons aussi constaté qu'au vu des capacités techniques actuelles, il est impossible d'avoir une résolution suffisante pour traiter les détails des processus de rétroaction, qui prennent leur source à l'échelle des étoiles. Il est donc nécessaire de concevoir des modèles sous-grille afin de recréer l'impact de la rétroaction, sans pour autant avoir besoin de résoudre toutes les échelles. Ce chapitre présente le modèle que j'ai conçu et implémenté dans le code RAMSES. Il se préoccupera principalement des problématiques algorithmiques.

3.1 La méthode générale

3.1.1 Obtenir un modèle

Dans l'idéal, concevoir et développer un modèle sous-grille de rétroaction stellaire consisterait à se placer à l'échelle des étoiles, puis remonter par simulations successives jusqu'au milieu interstellaire. Cependant, cette méthodologie est très lourde en pratique, et ne donne aucune garantie quant aux résultats : elle nécessite de traiter correctement la physique à chaque étape, ce qui constitue souvent un travail à part entière. En pratique, on peut partir d'une échelle intermédiaire, petite par rapport au milieu interstellaire galactique, mais grande par rapport aux étoiles, en espérant obtenir des résultats quelque peu réalistes. Dans certains cas, on peut s'aider de modèles analytiques établis dans des cas simplifiés, et les comparer aux résultats des simulations. Telle a été la méthode employée pour les deux modèles de rétroaction que j'ai développés.

Du point de vue de l'hydrodynamique, les termes sources liés à la rétroaction s'expriment par des variations de densité, de quantité de mouvement et d'énergie en certains points de l'espace-temps. Ainsi, il est raisonnable de formuler un modèle sous-grille en termes de ces grandeurs. Si l'on est en mesure de faire cela, il reste à choisir un schéma de répartition : le plus naïf est de distribuer ces grandeurs proportionnellement au volume de chaque cellule. Cependant, il est possible aussi de choisir une distribution en fonction, par exemple, du rayon. En particulier, la quantité de mouvement étant un vecteur, sa direction sera souvent radiale par rapport à la position de la source, si le processus est isotrope, comme c'est le cas pour ceux que j'ai étudiés (même si le milieu ambiant peut introduire une anisotropie).

Cette constatation met aussi en évidence l'un des compromis qu'il faut faire. Si l'on veut être précis sur la direction des flots créés par la rétroaction (sur leur isotropie, notamment), il est primordial d'avoir suffisamment de cellules dans la zone d'injection. À l'inverse, augmenter la taille de la zone d'injection revient à avoir une résolution plus grossière par rapport au reste de la simulation. Afin que le modèle sous-grille ait un intérêt, il faut donc choisir un juste milieu entre ces deux contraintes, ce qui peut s'avérer quelque peu restrictif.

3.1.2 La mise en œuvre : les objets stellaires

Afin de servir de support aux différents modèles, j'ai introduit le concept d'objet stellaire : des « particules » ponctuelles munies d'une masse, d'une durée de vie et éventuellement d'autres caractéristiques selon la nécessité. Étant donné que l'utilisation se fera souvent avec des résolutions assez grossières (de l'ordre du parsec), il serait prématuré de parler d'étoiles, notamment car une éventuelle présence d'amas d'étoiles ne pourrait pas être prise en compte. Ainsi, j'ai préféré le terme plus général d'objet stellaire, volontairement vague puisqu'il n'est pas vraiment possible d'avoir plus de détails. Dans l'état actuel des choses, ces objets n'interagissent pas avec le milieu de manière continue (comme le feraient par exemple les particules puits), ils ne sont que des points de référence pour les diverses sources de rétroaction.

À chaque fois que nécessaire, les variables (densité, quantité de mouvement, énergie, ...) associées aux cellules situées dans le rayon d'action de l'objet stellaire (voir figure 3.1) seront modifiées en fonction du modèle choisi, le résultat agissant comme un terme source dans les équations que l'on résout. Dans l'état actuel du code, l'ensemble du maillage est parcouru, et les cellules feuilles dont le centre est dans la zone d'injection sont mises à jour, mais il serait relativement aisé d'utiliser un algorithme plus efficace, à l'aide d'un parcours de l'arbre. Le rayon d'action dépend du modèle, mais sera en général quelques fois la taille d'une cellule au niveau le plus grossier. Bien que ceci puisse donner de grands rayons dans le cas de hiérarchies très profondes, cela évite aussi d'avoir un rayon plus petit que la taille de la cellule contenant l'objet stellaire.

3.2 Les supernovae

Afin de développer un modèle sous-grille de supernova, j'ai commencé par faire des simulations (résolues) d'évolution d'un reste de supernova en milieu uniforme, puis ressemblant à un nuage moléculaire. J'ai ensuite établi un modèle simple de rétroaction par les supernovae en calculant la quantité de mouvement radiale et l'énergie injectée par une supernova à l'aide des modèles bien connus (Sedov, 1959 ; Oort, 1951, etc.). L'étude physique de ces simulations sera décrite au chapitre 5 (voir aussi Iffrig & Hennebelle, 2015). Voici les grandes lignes de la méthode.

3.2.1 Des simulations à petite échelle

J'ai réalisé des simulations d'explosion de supernova dans des boîtes de quelques dizaines de parsecs de côté, avec une résolution maximale de l'ordre du dixième de parsec. À cette échelle, on peut raisonnablement réduire l'étape initiale de la supernova à l'injection de 10^{51} erg d'énergie thermique. On retrouve rapidement une évolution décrite par le modèle de Sedov-Taylor (Sedov, 1959), du moins dans un milieu uniforme. Il est alors possible de calculer la quantité de mouvement du reste de supernova à l'aide de ce modèle. Une fois avoir testé le modèle simplifié qui en découle dans différentes densités (uniformes), j'ai simulé un milieu ressemblant à un nuage moléculaire, et constaté que l'injection de quantité de mouvement était toujours de l'ordre de quelques 10^{43} g cm s⁻¹ (voir aussi Blondin *et al.*, 1998 ; Iffrig & Hennebelle, 2015 ; Kim & Ostriker, 2015a). La distribution de cette quantité de

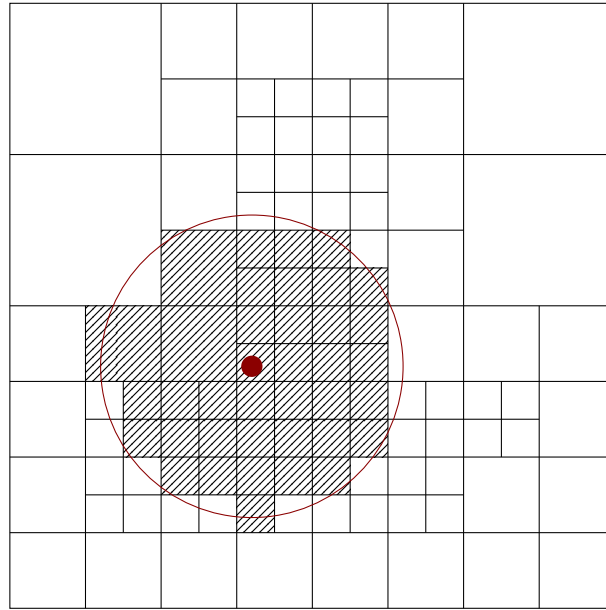


FIGURE 3.1 – La zone d’injection autour d’un objet stellaire (point rouge). Le cercle rouge montre le rayon d’injection, et les cellules hachurées sont celles où aura lieu l’injection.

mouvement en fonction du rayon est approximativement proportionnelle à ce dernier. Ceci constitue donc le modèle sous-grille de rétroaction par supernovae.

3.2.2 Le schéma numérique

Dans les deux cas (simulations d’explosions isolées et modèle sous-maille), le processus est le même que celui que nous avons vu dans la section précédente : étant donné un lieu et une date pour la supernova, les cellules situées dans le rayon d’injection sont mises à jour pour tenir compte de la supernova : injection de masse, de quantité de mouvement (modèle sous-maille uniquement) et d’énergie thermique. Le placement (en temps et en espace) de la supernova résulte d’un choix qui n’est pas nécessairement évident, et qui peut grandement influencer les résultats, comme nous le verrons dans les chapitres 5 et 6. Le schéma «final» tenant compte de la formation d’étoiles (représentées par les objets stellaires) pour la position sera présenté dans la section 3.4.

Afin de s’abstraire d’éventuels effets de grille dans le calcul des quantités à injecter, la mise à jour se fait en deux passes. Tout d’abord, le code calcule des moyennes sur la zone d’injection : volume total, intégrale du rayon pour la normalisation de la quantité de mouvement. Une fois ces valeurs calculées, un deuxième passage met à jour les variables hydrodynamiques. Notons Z l’ensemble des indices de cellules dans la zone d’injection. On peut alors écrire :

$$V = \sum_{i \in Z} (\delta x_i)^3, \quad (3.1)$$

$$R = \sum_{i \in Z} \|\vec{x}_i - \vec{x}_{SN}\| (\delta x_i)^3, \quad (3.2)$$

où δx_i est la taille de la cellule i et \vec{x}_i la position de son centre. \vec{x}_{SN} est la position de la supernova à

injecter. Alors, les incréments dans les différentes variables hydrodynamiques sont :

$$\Delta\rho_i = \frac{M_{ej}}{V}, \quad (3.3)$$

$$\Delta(\rho\vec{v})_i = \frac{p_{SN}}{R}(\vec{x}_i - \vec{x}_{SN}), \quad (3.4)$$

$$\Delta(\rho e)_i = \frac{E_{SN}}{V}, \quad (3.5)$$

où M_{ej} , p_{SN} et E_{SN} sont respectivement la masse d'éjecta, la quantité de mouvement radiale et l'énergie thermique de la supernova. Pour les simulations à petite échelle, j'ai choisi $M_{ej} = 0$ et $p_{SN} = 0$ (injection purement thermique). Notons aussi que l'énergie cinétique doit être mise à jour pour tenir compte de la quantité de mouvement injectée. Rien n'empêcherait non plus de calculer ces trois quantités à partir des moyennes sur la région d'injection. Au vu de la faible dépendance mise en évidence au chapitre 5, je n'ai pas fait ce choix pour les supernovae, mais ce sera le cas pour le modèle cinétique de régions H_{II}.

3.3 Les fronts d'ionisation

Les supernovae sont une source importante d'énergie dans le milieu interstellaire. Cependant, si l'on tient compte du délai lié à la durée de vie de l'étoile progénitrice, elles ne suffisent pas, à elles seules, à contrer l'effondrement gravitationnel. Il est donc nécessaire de traiter les sources d'énergie tout au long de la vie de l'étoile. À l'aide des objets stellaires, j'ai mis en place un modèle de rétroaction tenant compte des régions H_{II}, formées par le rayonnement ionisant de l'étoile. Ce modèle vient en deux versions : la première est un modèle purement cinétique tenant compte de la quantité de mouvement du front d'ionisation, alors que la deuxième consiste à traiter directement le rayonnement ionisant.

3.3.1 Un modèle

Le modèle de rétroaction par régions H_{II} est très proche de celui par les supernovae : à l'aide des objets stellaires, on injecte de la quantité de mouvement et de l'énergie dans le milieu. Cependant, à la différence des supernovae, l'énergie injectée par l'ionisation dépend fortement du flux ionisant de l'étoile, que l'on peut estimer à partir de sa masse (que l'on suppose donnée par l'objet stellaire, voir la section 3.4). Ainsi, j'ai établi une formule empirique donnant le flux de photons ionisants d'une étoile en fonction de sa masse. Les données sont celles de l'article de Vacca *et al.* (1996). Pour les étoiles massives (de masse supérieure à $8 M_\odot$), on peut estimer que la luminosité totale varie en $L \propto M^{3.5}$ sur la séquence principale ($M \leq 20 M_\odot$ environ), puis $L \propto M$ au-delà. Ainsi, il est raisonnable de choisir un modèle faisant le lien entre deux lois de puissance pour le flux de photons ionisants (même si le lien entre ces deux quantités n'est pas trivial, puisqu'il dépend, entre autres, du spectre d'émission de l'étoile). Notons S_* le flux de photons ionisants. On peut alors postuler la relation suivante :

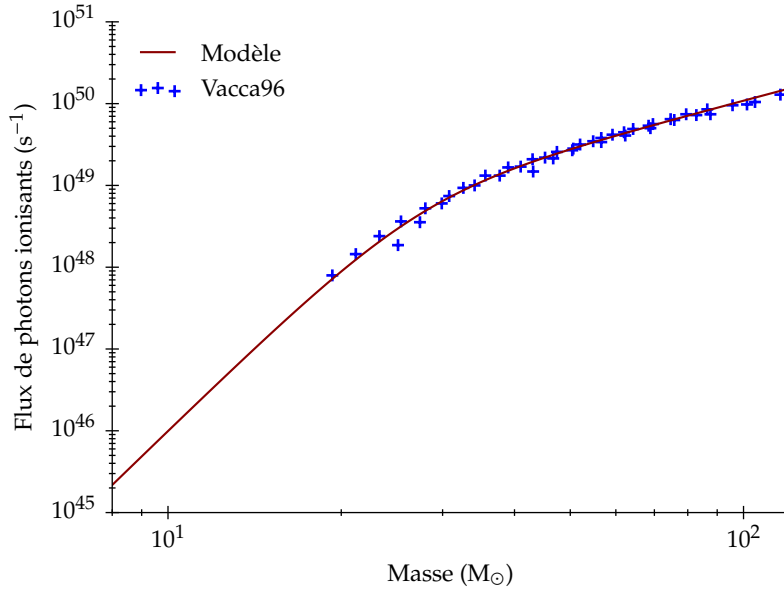
$$S_* = 2^\beta S_0 \frac{\left(\frac{M}{M_0}\right)^\alpha}{\left(1 + \left(\frac{M}{M_0}\right)^{\frac{\alpha-\gamma}{\beta}}\right)^\beta}. \quad (3.6)$$

On a alors les expressions asymptotiques

$$S_* \sim \begin{cases} 2^\beta S_0 \left(\frac{M}{M_0}\right)^\alpha & \text{si } M \ll M_0, \\ 2^\beta S_0 \left(\frac{M}{M_0}\right)^\gamma & \text{si } M \gg M_0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Paramètre	Valeur	Unité
S_0	$4,365\,25 \times 10^{48}$	s^{-1}
M_0	27,2810	M_\odot
α	6,840 02	
β	1,142 17	
γ	1,867 46	

TABLE 3.1 – Les paramètres de la fonction de flux de l'équation (3.6).

FIGURE 3.2 – L'ajustement entre la fonction de flux de l'équation (3.6) et les données de Vacca *et al.* (1996).

On a de plus $S_* = S_0$ pour $M = M_0$. Les résultats de l'ajustement sont donnés en table 3.1 et figure 3.2.

On peut s'arrêter ici et traiter directement le transfert de rayonnement, en utilisant une source de photons à l'aide du code RAMSES-RT (Rosdahl *et al.*, 2013 ; Rosdahl & Teyssier, 2015, compatible avec le module que j'ai développé). Pour lever cette nécessité (qui peut être coûteuse), j'ai aussi développé un modèle purement cinétique. Une fois que nous avons le flux, nous pouvons utiliser un modèle analytique pour calculer la quantité de mouvement à injecter dans le milieu. Supposons qu'au voisinage de l'objet stellaire, la densité peut s'écrire

$$n(r) = n_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-w}, \quad (3.8)$$

où n_0 , r_0 et w sont des paramètres, et r est la distance par rapport à l'objet stellaire. Le rayon de la région H_{II} est alors donné par (Geen *et al.*, 2015b, équation 5) :

$$R_i(t) = \left(\frac{3}{4\pi} \frac{S_*}{\alpha_B} \right)^{\psi/4} \left(\frac{1}{n_0 r_0^w} \right)^{\psi/2} \left(\frac{1}{\psi} c_i t \right)^\psi, \quad (3.9)$$

où $\alpha_B \approx 3 \times 10^{13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ est le taux de recombinaison du gaz ionisé, $c_i \approx 12,5 \text{ km s}^{-1}$ la vitesse du son dans ce même gaz et $\psi = 4/(7 - 2w)$. On peut calculer la quantité de mouvement injectée par la région H_{II} (Geen *et al.*, 2015b, équation 7) :

$$p_{HII}(t) = \frac{4\pi}{3-w} n_0 r_0^w \mu m_H \frac{\psi}{t} (R_i(t))^{4-w}, \quad (3.10)$$

où μm_H est la masse moyenne par particule. On peut de même calculer l'énergie cinétique associée :

$$K_{HII}(t) = \frac{2\pi}{3-w} n_0 r_0^w \mu m_H \frac{\psi^2}{t^2} (R_i(t))^{5-w}. \quad (3.11)$$

3.3.2 La mise en œuvre

Afin de se servir de ce modèle, il reste à fixer les différents paramètres. J'ai fait le choix de fixer α_B , c_i et w comme paramètres initiaux de la simulation. Il est alors possible de calculer les paramètres de la distribution en densité :

$$n_0 r_0^w = \frac{1}{V} \iiint_V n(\vec{r}) r^w dV, \quad (3.12)$$

où V est un volume de référence et $n(\vec{r})$ la densité de particules au point \vec{r} (exprimé relativement à l'objet stellaire). Numériquement, on peut recourir à la même technique que pour les supernovae, qui consiste à faire une première passe de calcul des moyennes :

$$V = \sum_{i \in Z} (\delta x_i)^3, \quad (3.13)$$

$$R = \sum_{i \in Z} \|\vec{x}_i - \vec{x}_S\| (\delta x_i)^3, \quad (3.14)$$

$$D = \frac{1}{V} \sum_{i \in Z} \rho_i \|\vec{x}_i - \vec{x}_S\|^w (\delta x_i)^3, \quad (3.15)$$

où δx_i est la taille de la cellule i , \vec{x}_i la position de son centre et ρ_i sa densité. \vec{x}_S est la position de l'objet stellaire. On peut alors injecter la quantité de mouvement de la même manière :

$$\Delta(\rho \vec{v})_i = \frac{\Delta p_{HII}}{R} (\vec{x}_i - \vec{x}_S), \quad (3.16)$$

où l'on peut choisir Δp_{HII} en tenant compte ou non de l'évolution temporelle :

$$\Delta p_{HII} = p_{HII}(t_0), \quad (3.17)$$

ou bien

$$\Delta p_{HII} = \frac{dp_{HII}}{dt}(t) \Delta t = \psi \left(\frac{\psi}{2} + 1 \right) \frac{p_{HII}(t)}{t} \Delta t, \quad (3.18)$$

où t_0 est une durée de vie choisie pour la région H_{II} dans le cas où l'on injecte toute la quantité de mouvement en une fois (équation 3.17), et où Δt est le pas de temps courant dans le cas où on l'ajoute petit à petit (équation 3.18), et t est l'âge de la région H_{II} . On peut calculer p_{HII} en utilisant $D \approx n_0 r_0^w \mu m_H$.

3.4 Émuler la formation d'étoiles

Les deux modèles de rétroaction présentés partent du principe que l'on a représenté une étoile massive par un objet stellaire. On pourrait simplement créer des objets stellaires à des endroits fixés a priori, ou bien choisis au hasard. Cependant, on peut aussi suivre les régions de formation d'étoiles, et y créer les objets stellaires. Rappelons que le code RAMSES possède des particules puits créées dans les régions susceptibles de subir un effondrement gravitationnel. Nous sommes principalement intéressés par les étoiles massives (de masse supérieure à $8 M_{\odot}$ environ) car ce sont elles qui explosent en supernovae et qui ont un fort impact sur le milieu qui les entoure. La formation des étoiles massives est encore très mal connue, c'est pourquoi j'ai utilisé une prescription simple : lorsqu'une particule puits a accreté plus de $120 M_{\odot}$ de gaz, on peut considérer (au vu de la répartition en masse des étoiles observées) qu'une étoile massive s'est formée.

3.4.1 Le choix de la masse

Le modèle de rétroaction par régions H_{II} fait intervenir la masse de l'étoile, avec une forte dépendance. Il est donc important que les masses des objets stellaires reproduisent une distribution de masse réaliste. La distribution en masse des étoiles (aussi appelée fonction de masse initiale) est à l'heure actuelle encore mal comprise (voir par exemple Krumholz, 2014), mais la partie à haute masse peut raisonnablement être approchée par une loi de puissance $p(M) \propto M^{-2.35}$ où $p(M)dM$ est la probabilité de trouver une étoile de masse comprise entre M et $M + dM$ (pour $dM \ll M$). On peut donc raisonnablement choisir la masse aléatoirement suivant cette loi de puissance, restreinte à l'intervalle $8 M_{\odot} - 120 M_{\odot}$.

Du point de vue technique, échantillonner une variable aléatoire X dont la distribution de probabilité est $p(x) \propto x^{\alpha}$ pour $x \in [a, b]$ et $\alpha < -1$ à partir d'une variable aléatoire uniforme U dans $[0; 1]$ se fait aisément. Remarquons tout d'abord que la variable $V = X^{\alpha+1}$ suit une loi uniforme sur $[b^{\alpha+1}, a^{\alpha+1}]$. Reste à passer de U à V . Il suffit pour cela d'une fonction affine : $V = b^{\alpha+1} + (a^{\alpha+1} - b^{\alpha+1}) U$. On a donc la formule passant de la variable uniforme U sur $[0; 1]$ à la variable X suivant une loi de puissance d'exposant α sur $[a, b]$:

$$X = (b^{\alpha+1} + (a^{\alpha+1} - b^{\alpha+1}) U)^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (3.19)$$

3.4.2 La durée de vie

Une fois la masse de l'étoile calculée, il est possible d'utiliser des modèles d'évolution stellaire afin de calculer une durée de vie. J'ai choisi arbitrairement une fonction me permettant d'extrapoler la durée de vie d'une étoile en fonction de sa masse, en l'ajustant à des modèles d'évolution stellaire (Woosley *et al.*, 2002 ; Claret, 2004). La fonction choisie est la suivante :

$$t_{\star} = t_0 \exp \left(\alpha \left(\ln \frac{M_0}{M} \right)^{\beta} \right), \quad (3.20)$$

où t_0 , M_0 , α et β sont des paramètres à déterminer, t_{\star} est la durée de vie de l'étoile et M sa masse. On a $t_{\star} = t_0$ pour $M = M_0$. Les résultats de l'ajustement sont donnés en table 3.2 et figure 3.3.

3.4.3 Le placement

Lorsque l'on utilise des particules puits pour suivre la formation d'étoiles, la simulation perd en réalisme sur un rayon de quelques cellules autour des particules puits du fait du modèle sous-maille

Paramètre	Valeur	Unité
t_0	3,265 16	Myr
M_0	$1,481\,59 \times 10^2$	M_\odot
α	0,238 41	
β	2,205 23	

TABLE 3.2 – Les paramètres de la formule donnant la durée de vie d’une étoile en fonction de sa masse (équation 3.20).

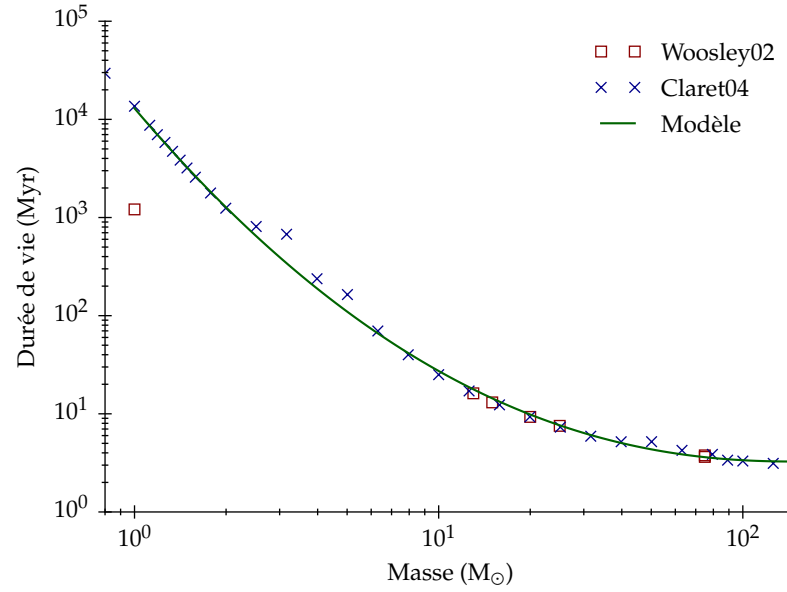


FIGURE 3.3 – L’ajustement entre la durée de vie donnée par l’équation (3.20) et les données de Woosley *et al.* (2002) et Claret (2004).

d’accrétion. Placer les objets stellaires à la position exacte de la particule puits n’est donc pas nécessairement une bonne idée. En plus de ce biais technique, du point de vue physique, le déplacement d’une étoile durant sa formation est une inconnue supplémentaire. Nous avons testé plusieurs méthodes de placement. Les deux plus simples consistent à placer les objets stellaires dans une gamme de distance à la particule puits (voir la section 6.2) fixée au départ. Une autre solution est de tirer aléatoirement une vitesse pour l’étoile. Ce modèle est encore à l’essai, et sera présenté brièvement dans la section 6.4.

3.5 Conclusion

J’ai maintenant un modèle complet pour tenir compte des processus de rétroaction stellaire. Pour l’instant les supernovae et les régions H_{II} peuvent être injectées, mais il est aisé d’ajouter d’autres modèles en utilisant le même schéma. Il est toujours possible de créer les objets stellaires à la main, mais l’objectif est de privilégier la cohérence que nous donne le suivi de la formation d’étoiles à l’aide de particules puits. La vie d’un objet stellaire peut donc se résumer ainsi :

1. l’objet stellaire est créé à proximité d’une particule puits,

2. une masse et une durée de vie lui sont assignées,
3. le rayonnement ionisant est activé (ou à défaut, le modèle cinétique de région H_{II}),
4. au bout de la durée de vie choisie initialement, une supernova est lancée,
5. l'objet stellaire est détruit.

Il reste cependant de nombreuses incertitudes dans ce schéma. Nous avons déjà parlé du placement, qui dépend d'effets cinématiques complexes (dans un amas, il faudrait tenir compte de l'interaction de toutes les étoiles par exemple). Les processus de rétroaction importants sont aussi sujets à discussion. Je me suis focalisé sur les supernovae et les régions H_{II}, mais un modèle complet pourrait aussi tenir compte des jets protostellaires et des vents. De plus, du point de vue numérique, il pourra être pertinent de traiter l'interaction entre les objets stellaires et leur environnement, en tenant notamment compte de leur déplacement, et du champ de gravité.

Chapitre 4

Les résultats de l'expérience numérique

La science n'a jamais tout à fait raison, mais elle a rarement tout à fait tort, et, en général, elle a plus de chance d'avoir raison que les théories non scientifiques. Il est donc rationnel de l'accepter à titre d'hypothèse.

Bertrand Russell

Réaliser des simulations est une chose, mais en tirer des leçons en est une autre. Afin d'extraire des résultats scientifiques, des chaînes de traitement sont nécessaires : les données brutes de simulations sont massives, et il est souvent difficile de voir de manière immédiate les résultats. Il faut donc choisir un certain nombre de réductions à appliquer aux données, de manière à obtenir des résultats exploitables. Ce chapitre présente les problématiques principales que j'ai rencontrées dans la procédure d'analyse des données de simulation.

4.1 Des données massives

Nous l'avons déjà évoqué au chapitre 2, les simulations à haute résolution de la dynamique du milieu interstellaire à l'échelle galactique sont sources d'une quantité conséquente de données. Ainsi, une sortie (à un temps donné) d'une simulation sur une grille à 1024^3 cellules avec RAMSES MHD occupe environ 300 Go d'espace disque. Il faut donc faire un compromis entre le nombre de pas de temps que l'on voudrait, et l'espace de stockage disponible. Pour certaines études, il est important de suivre l'évolution temporelle détaillée, et donc de nombreuses sorties seront nécessaires, mais dans ce cas il est potentiellement plus pratique d'embarquer la réduction des données dans le code de simulation. Dans les autres cas, il est en général suffisant de se pencher sur quelques instantanés. De toute manière, extraire un résultat clair et d'autant plus difficile que la quantité de données est grande, tant du point de vue de la puissance de calcul requise, que de l'effort scientifique à fournir pour synthétiser ces données.

Du point de vue technique, cette grande quantité de données implique (sauf exceptions) qu'il sera très difficile, voire impossible, de charger l'intégralité d'un instantané en mémoire pour traitement. On pourrait recourir à un code d'analyse parallèle utilisant à nouveau une machine parallèle haute performance, mais ceci est assez lourd, et potentiellement inefficace, car contrairement à la simulation elle-même, une partie significative du temps total est consacrée la lecture des fichiers de sortie. On aura donc souvent recours à un intermédiaire : des codes d'analyse travaillant en parallèle sur quelques cœurs, sur une seule machine, ce qui enlève la difficulté du calcul distribué. Du fait du temps nécessaire à la

lecture des données, et de la bande passante limitée des systèmes de fichiers, il est peu utile d'avoir un grand nombre de processus qui essaient d'accéder en même temps aux données. Il est cependant possible de couvrir dans une certaine mesure les temps de lecture par des calculs, lorsque des données sont disponibles en mémoire. Un schéma simplifié est présenté en figure 4.1. On voit aussi sur ce schéma l'approche des données sous forme d'un flot, plutôt que d'une structure complète : on traite les données au fur et à mesure de leur lecture, et on libère l'espace dès que possible pour la suite. Ce schéma de traitement est parfois appelé *pipeline*, en prenant l'image de données comme un fluide dans une conduite, sur laquelle sont placés des équipements de traitement.

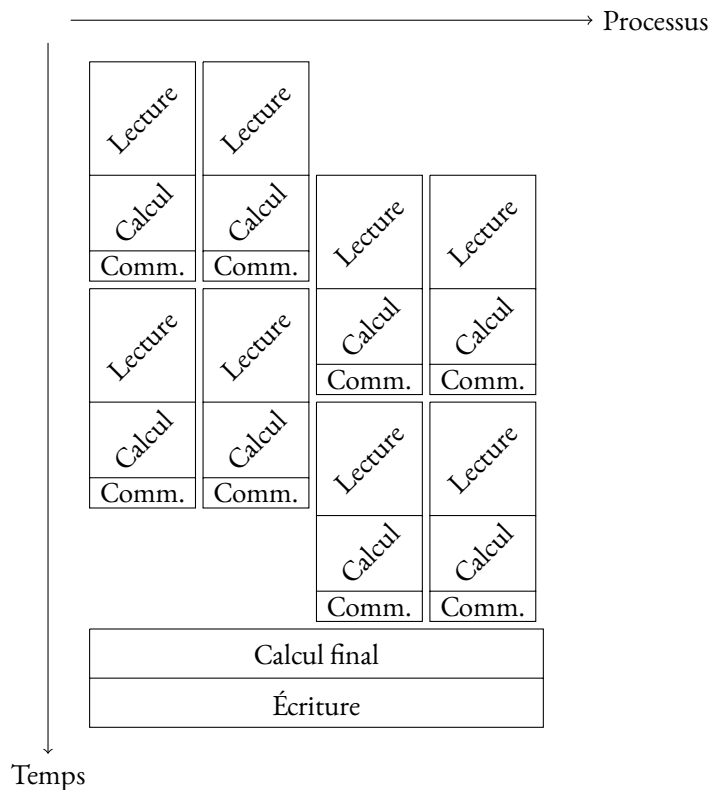


FIGURE 4.1 – Un schéma simplifié de code d'analyse parallèle. On a supposé que le système de fichiers est capable de traiter deux processus de lecture en parallèle. Les phases de communication consistent en général à stocker les résultats intermédiaires jusqu'au calcul final.

Un schéma tel que celui que nous venons de décrire demande des adaptations par rapport aux procédures naïves où l'on a toutes les données en mémoire sur un seul processus, mais aussi par rapport au calcul parallèle, où toutes les données sont disponibles, bien que distribuées. Pour les algorithmes simples (projections, intégrations, statistiques), la procédure est assez intuitive : il suffit de calculer la composante locale du résultat, puis de rassembler le tout, souvent par une somme ou une simple juxtaposition des données. Notons que des algorithmes parallèles tels que décrits ici rendent difficile l'exploration et la manipulation des données en direct, ce qui implique donc un travail préparatoire visant à identifier les observables intéressantes, ainsi qu'un dernier traitement au moment de mettre en forme les résultats des calculs pour publication.

4.2 Étudier la turbulence : les spectres de puissance

4.2.1 Spectre de puissance approché

Nous avons vu dans la section 1.3.3 (dont nous reprendrons les notations) que l'une des observables bien connues de la turbulence est le spectre de puissance. Il est donc naturel d'essayer de l'estimer à partir des résultats de simulations. Pour ce faire, nous devons définir une méthode de calcul. La première difficulté réside dans la définition de la fonction de corrélation Q_{ij} , qui fait intervenir une moyenne statistique. Étant donné que nous travaillons sur un volume borné V , nous pouvons faire l'approximation que la moyenne statistique coïncide avec la moyenne sur le volume complet. On obtient alors la fonction de corrélation approchée (à t fixé)

$$\bar{Q}_{ij}(\vec{r}) = \frac{1}{|V|} \iiint_{\Omega(\vec{r})} v_i(\vec{x}, t) v_j(\vec{x} + \vec{r}, t) d\vec{x}, \quad (4.1)$$

où $\Omega(\vec{r})$ est l'ensemble des $\vec{x} \in V$ tels que $\vec{x} + \vec{r} \in V$. On peut alors utiliser cette fonction pour calculer le spectre de puissance approché :

$$\bar{\mathcal{P}}(\vec{k}) = \frac{1}{|V|} \iiint_{\vec{r} \in \mathbb{R}^3} \iiint_{\vec{x} \in \Omega(\vec{r})} \sum_j v_j(\vec{x}, t) v_j(\vec{x} + \vec{r}, t) d\vec{x} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}. \quad (4.2)$$

En posant $\vec{y} = \vec{x} + \vec{r}$, l'intégrale peut être séparée :

$$\bar{\mathcal{P}}(\vec{k}) = \frac{1}{|V|} \sum_j \iiint_V v_j(\vec{x}, t) e^{+i\vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{x} \iiint_V v_j(\vec{y}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{y}} d\vec{y}. \quad (4.3)$$

Le champ de vitesse étant à valeurs réelles, le spectre de puissance approché est le module au carré de la transformée de Fourier du champ de vitesse :

$$\bar{\mathcal{P}}(\vec{k}) = \frac{1}{|V|} \sum_j \left| \iiint_V v_j(\vec{x}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{x} \right|^2. \quad (4.4)$$

Notons que la vitesse est utilisée ici, mais on pourrait calculer un spectre de puissance de n'importe quelle autre variable. Dans le cas d'un scalaire, la somme sur les composantes disparaît bien évidemment.

Ce spectre de puissance peut être calculé numériquement à l'aide de la transformée de Fourier discrète. J'ai utilisé le module Python `numpy.fft` implémentant la transformée de Fourier rapide (FFT, Cooley & Tukey, 1965). Il repose sur une grille uniforme, en entrée comme en sortie. En entrée, cela implique de faire une projection du maillage adaptatif sur un maillage régulier (ce qui est relativement aisé). En sortie, on n'aura accès qu'à un nombre fini de vecteurs d'onde $\vec{k}_{lmn} = \frac{2\pi}{L} (l, m, n)$. La transformée de Fourier discrète du cube de données d'une quantité q s'écrit :

$$\hat{q}_{lmn} = \sum_{x,y,z} q_{xyz} \exp \left(-2i\pi \frac{lx + my + nz}{N} \right). \quad (4.5)$$

Afin d'assurer la cohérence avec la transformée de Fourier continue, il faut multiplier \hat{q}_{lmn} par le volume d'une cellule $(\Delta x)^3$. Le spectre de puissance s'écrit alors

$$\mathcal{P}_q(\vec{k}_{lmn}) = \frac{(\Delta x)^3}{N^3} \left| \sum_{x,y,z} q_{xyz} \exp \left(-2i\pi \frac{lx + my + nz}{N} \right) \right|^2, \quad (4.6)$$

où N est le nombre de points de maillage dans une direction.

4.2.2 Projections du spectre de puissance

En pratique, il est difficile d'obtenir de l'information à partir de l'espace tridimensionnel des vecteurs d'onde. On peut cependant projeter cet espace selon le modèle considéré. Le modèle le plus simple est celui d'une turbulence isotrope. Ainsi, seule la norme du vecteur d'onde nous intéresse. Comme nous l'avons déjà évoqué, la transformée de Fourier rapide implique que les vecteurs d'onde disponibles sont répartis sur un maillage régulier. Une manière de s'abstraire de ce problème est de moyenner sur des coquilles situées entre des sphères concentriques. Alors, en supposant que l'intervalle entre deux sphères contient des vecteurs d'onde, on obtient une approximation du spectre de puissance isotrope :

$$P_q(k, k') = \frac{(\Delta x)^3}{N^3} \frac{1}{\mathcal{N}(k, k')} \sum_{k \leq \|\vec{k}_{lmn}\| \leq k'} |\hat{q}_{lmn}|^2, \quad (4.7)$$

où $\mathcal{N}(k, k')$ est le nombre de vecteurs d'onde dont la norme est comprise entre k et k' .

Du fait de l'anisotropie causée par le champ magnétique à grande échelle, j'ai aussi projeté ce spectre de puissance perpendiculairement au champ magnétique moyen :

$$P_q^\perp(k, k') = \frac{(\Delta x)^3}{N^3} \frac{1}{\mathcal{N}_\perp(k, k')} \sum_{k \leq \|\vec{k}_{lmn}^\perp\| \leq k'} |\hat{q}_{lmn}|^2, \quad (4.8)$$

où

$$\vec{k}_{lmn}^\perp = \vec{k}_{lmn} - \frac{1}{B_a^2} (\vec{k}_{lmn} \cdot \vec{B}_a) \vec{B}_a, \quad (4.9)$$

où $\mathcal{N}_\perp(k, k')$ est le nombre de vecteurs d'onde \vec{k}_{lmn}^\perp dont la norme est comprise entre k et k' . \vec{B}_a est la valeur moyenne du champ magnétique.

4.2.3 Décomposition de Helmholtz

Étant donné la différence de comportement entre fluides compressibles et incompressibles, il est intéressant de séparer les composantes «compressible» et «incompressible» d'un écoulement. La décomposition de Helmholtz (Stokes, 1856 ; Helmholtz, 1858) permet de faire cela : étant donné un champ vectoriel \vec{v} de classe C^1 , il existe une décomposition unique $\vec{v} = \vec{v}_c + \vec{v}_s$ telle que $\vec{\nabla} \wedge \vec{v}_c = \vec{0}$ (composante *compressible*) et $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_s = 0$ (composante *solénoïdale*). Le champ de vitesse d'un écoulement incompressible est bien à vitesse nulle, donc \vec{v}_s décrit bien la composante incompressible de l'écoulement, alors que \vec{v}_c décrit des modes de compression pure. On peut écrire $\vec{v}_c = -\vec{\nabla} \Phi$ et $\vec{v}_s = \vec{\nabla} \wedge \vec{\Psi}$. Alors, en appliquant une transformée de Fourier, on a :

$$\hat{v}(\vec{k}) = -i\vec{k} \cdot \hat{\Phi} + i\vec{k} \wedge \hat{\Psi}. \quad (4.10)$$

Dans le cadre de l'étude de la turbulence, cette écriture est pratique, vu qu'elle permet de calculer directement le spectre de puissance des différentes composantes sans effectuer la décomposition complète : en effet, il suffit de projeter \hat{v} parallèlement et perpendiculairement au vecteur d'onde pour obtenir respectivement \hat{v}_c et \hat{v}_s . Dans le cas de spectres bidimensionnels (voir la prochaine section), une transformée de Fourier inverse est faite le long de la direction verticale.

4.2.4 Spectres bi-dimensionnels

Dans les conditions de nos simulations, il est intéressant de tenir compte de la structure particulière : l'altitude par rapport au plan équatorial de notre disque galactique se distingue des deux directions

parallèles à ce plan. Ainsi, j'ai aussi calculé des spectres de puissance en projection sur ces plans :

$$\mathcal{P}_q^{(2D)}(\vec{k}_{lm}, z) = \frac{(\Delta x)^2}{N^2} \left| \sum_{x,y} q_{xyz} \exp \left(-2i\pi \frac{lx + my}{N} \right) \right|^2. \quad (4.11)$$

Une fois cette adaptation faite, l'approche numérique est la même que précédemment : pour les spectres isotropes on moyenne sur les vecteurs d'onde entre des cercles concentriques, et pour le spectre perpendiculaire, on ne considère que la projection du champ moyen sur le plan.

4.3 Identifier les structures

En plus des spectres de puissance, il est intéressant de se pencher sur les structures formées par la turbulence, aidée par d'autres processus comme la gravité et l'instabilité thermique (voir chapitre 1). Identifier ces structures n'est pas chose facile. Le problème majeur est un problème de définition. Il faut en effet être capable de trancher si une parcelle de gaz doit être rattachée ou non à une structure. Plusieurs approches sont possibles. La méthode la plus simple consiste à choisir une valeur seuil sur une grandeur locale (par exemple la densité de gaz), au-delà de laquelle on regroupe des «îles». C'est la méthode pour laquelle j'ai développé un algorithme. Une autre méthode, mise en œuvre dans le code RAMSES (algorithme PHEW, Bleuler *et al.*, 2015), est de chercher les valeurs extrêmes d'un champ (comme par exemple la densité ou le potentiel gravitationnel), puis d'étudier les «bassins versants» en suivant les plus forts gradients en direction des «vallées» entre les différents pics (maxima locaux).

L'algorithme que j'ai développé n'est pas totalement parallèle, bien que basé sur la décomposition de domaine effectuée par RAMSES. En effet, il faut obtenir des données entre domaines voisins, ce qui nécessite que tous les domaines soient en mémoire simultanément (potentiellement sur plusieurs cœurs de calcul). Cette phase est cependant assez courte par rapport à l'algorithme complet, et le reste du traitement peut se faire en parallèle. On pourrait imaginer séparer complètement les différentes phases de l'algorithme, quitte à relire une partie des données au moment de reconstruire les relations de voisinage. La première phase est purement locale : il s'agit d'identifier les structures au-dessus du seuil donné dans chaque domaine. Ensuite, les cellules au bord sont identifiées et exportées, de manière à fusionner les structures s'étendant sur plusieurs domaines. On obtient ainsi des ensembles de cellules sur lesquelles on peut effectuer tous les traitements voulus : statistiques, visualisations, etc.

4.3.1 Prélude : Identifier les composantes connexes d'un graphe

Du point de vue de mon algorithme, une structure est un ensemble connexe de cellules, de taille maximale, tel que toutes les cellules soient au-dessus du seuil. D'un point de vue formel, le maillage d'une simulation constitue un graphe $\mathcal{G} = (V', E')$ tel que l'ensemble V' des nœuds (*vertices* en anglais) est l'ensemble des cellules du maillage, et l'ensemble E' des arêtes (*edges*) traduit le voisinage physique entre deux cellules : une arête $(a, b) \in V' \times V'$ est dans E' si et seulement si les cellules a et b sont voisines dans le maillage. Dans ce formalisme, les cellules au-dessus du seuil forment un sous-graphe $\mathcal{H} = (V, E)$ de \mathcal{G} (c'est-à-dire que $V \subset V'$, $E \subset E' \cap (V \times V)$). Alors, les structures sont simplement les composantes connexes de \mathcal{H} . Une illustration est donnée en figure 4.2. Avant de se pencher sur l'algorithme de recherche des structures, penchons-nous donc sur l'un de ses éléments : l'identification de composantes connexes dans un graphe.

Nous allons construire les différentes composantes connexes en affectant à chaque nœud un marqueur (en pratique, un nombre), tel que deux nœuds appartiennent à la même composante connexe si et seulement si leurs marqueurs sont égaux. Du fait du caractère incrémental de cette construction, il faut décider d'un moyen de regrouper deux parties d'une même composante connexe. Pour cela, nous

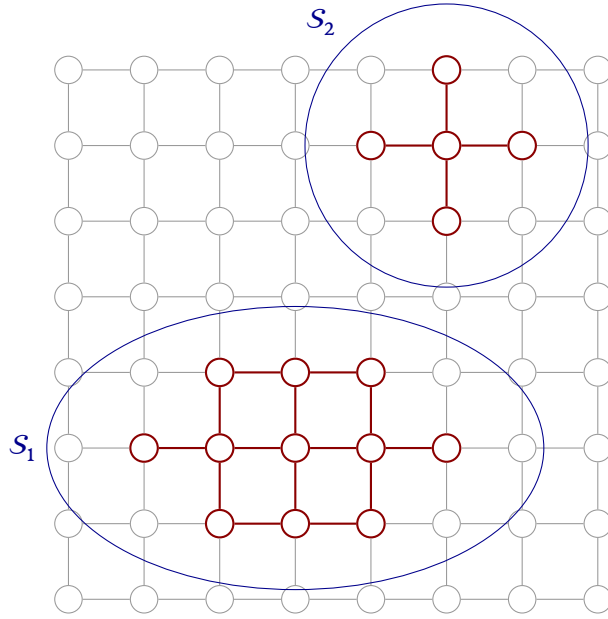
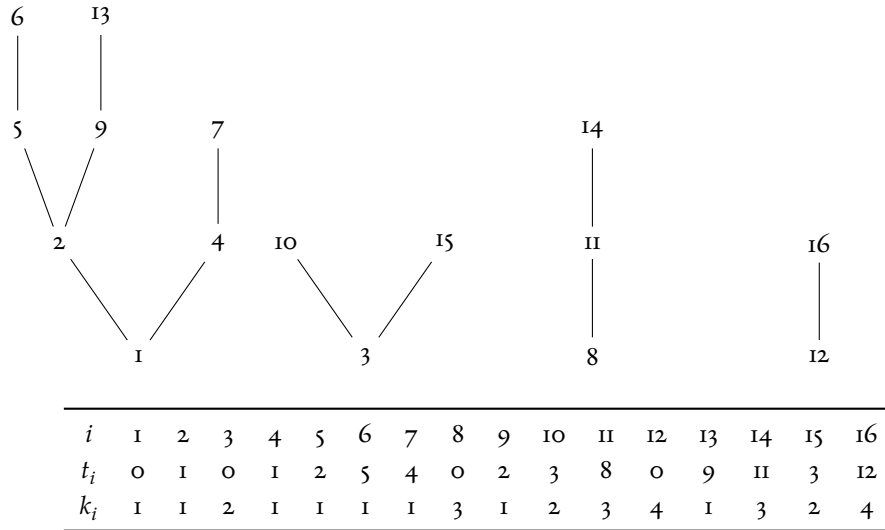


FIGURE 4.2 – Le graphe \mathcal{G} associé à un instantané d’une simulation, avec le sous-graphe \mathcal{H} (en rouge) des cellules au-dessus d’un seuil, et les composantes connexes S_i (structures, entourées en bleu) qui en découlent.

allons nous aider d’une forêt (un ensemble d’arbres) représentant la parenté entre les différentes parties des composantes connexes : lorsque nous voudrions fusionner deux parties, nous n’aurons qu’à dire que l’une est la fille de l’autre. À la fin du parcours, il ne restera qu’à renuméroter les nœuds en utilisant la racine de l’arbre auquel appartient leur marqueur. Nous pouvons représenter cette forêt par un tableau $\mathcal{T} = (t_i)_{i \geq 1}$ (ce tableau est en fait de taille finie, cette taille est inférieure au nombre de nœuds). Nous dirons alors qu’un marqueur i est la racine d’un arbre si $t_i = 0$, et qu’un nœud j est le fils d’un nœud i si $t_j = i$. On va de plus imposer que pour tout marqueur i , $t_i < i$. Cette condition pourra facilement être imposée par construction, et garantit notamment qu’il n’y a pas de cycles. Un exemple d’une telle forêt, avec le tableau correspondant, est donné en figure 4.3.

En plus de ce tableau \mathcal{T} , que l’on initialisera à 0, nous aurons donc besoin du tableau de marqueurs $\mathcal{M} = (m_i)_{i \in V}$, que l’on initialisera aussi à 0. Avec ces deux tableaux, nous avons tout ce qu’il nous faut pour parcourir le graphe et identifier ses composantes connexes. Pour chaque arête $(i, j) \in E$, nous savons que i et j doivent faire partie de la même composante connexe. Choisissons par commodité $m_i \leq m_j$ (quitte à échanger i et j). Plusieurs cas peuvent se présenter.

- $m_i = m_j = 0$. Aucun des nœuds n’a été affecté à une composante connexe. On choisit une nouvelle valeur m que l’on affecte à m_i et m_j . En pratique, on utilisera un compteur que l’on incrémentera pour chaque nouveau marqueur.
- $m_i = 0$ et $m_j > 0$. Seul j a été affecté à une composante connexe. On affecte m_j à m_i .
- $m_i \neq 0$ et $m_i \neq m_j$. Les deux nœuds font partie de composantes connexes différentes, qu’il faut donc marquer comme étant à fusionner. On affecte m_i à t_{m_j} (notons que puisque $m_i < m_j$ par hypothèse, la condition $t_k < k$ est bien respectée).
- $m_i \neq 0$ et $m_i = m_j$. Les deux nœuds font partie de la même composante connexe. Il n’y a rien de plus à faire.

FIGURE 4.3 – Un exemple de forêt de parenté, et les tableaux \mathcal{T} et \mathcal{K} associés.

Une fois que tous les nœuds ont été étiquetés, il suffit d'effectuer les fusions enregistrées dans \mathcal{T} . Pour ce faire, on commence par construire un tableau $\mathcal{K} = (k_i)_{i \geq 1}$ donnant le numéro k_m de la composante connexe contenant les nœuds possédant le marqueur m (voir figure 4.3). Pour cela, on parcourt \mathcal{T} . Pour chaque marqueur i (parcouru dans le sens i croissant), si $t_i = 0$ (i est la racine d'un arbre), on affecte un nouveau numéro à k_i . Si $t_i \neq 0$, on sait par construction que $t_i < i$, ce qui signifie que k_{t_i} contient déjà le numéro associé à la racine de l'arbre contenant i , puisque l'on parcourt \mathcal{T} dans l'ordre des i croissants. On affecte donc k_{t_i} à k_i . Une fois le parcours terminé, il ne reste plus qu'à mettre à jour les marqueurs : pour chaque nœud i , on affecte k_{m_i} à m_i . Le tableau \mathcal{M} contient maintenant pour chaque cellule i , le numéro m_i de la composante connexe à laquelle il appartient.

Cet algorithme sera utilisé deux fois. La première fois, il servira à identifier les structures dans chacun des domaines, et la deuxième fois, il permettra de reconstituer les structures à cheval sur plusieurs domaines.

4.3.2 La partie locale

Maintenant que nous avons décrit l'algorithme générique pour identifier les composantes connexes d'un graphe, nous devons l'adapter à notre cas particulier. Il faut pour cela que nous définissions \mathcal{H} . En particulier, nous aurons besoin d'une structure de données \mathcal{V} contenant ses nœuds. Nous décrirons cette structure de données une fois que nous aurons vu l'utilisation que nous en ferons. \mathcal{V} sera construit de manière incrémentale : nous allons parcourir l'ensemble V' des cellules, et filtrer par rapport au seuil fixé. Nous pourrions alors ajouter à \mathcal{V} tous les nœuds de \mathcal{G} correspondant à une cellule au-dessus du seuil. Ensuite, nous aurons besoin de parcourir l'ensemble des arêtes E de \mathcal{H} . Pour cela, nous disposons d'une information sur le graphe \mathcal{G} : une fonction $\mathcal{N} : V' \rightarrow \mathcal{P}(V')$ donnant l'ensemble des nœuds reliés (cellules voisines, dans la terminologie de la simulation) à un nœud donné ($\mathcal{N}(u) = \{v \in V' | (u, v) \in E'\}$). Nous savons de plus qu'une arête $(u, v) \in E'$ fait partie de \mathcal{H} si et seulement si $u \in V$ et $v \in V$. Nous pouvons donc parcourir les nœuds $u \in V$ de notre sous-graphe \mathcal{H} , puis les arêtes (u, v) (avec $v \in \mathcal{N}(u)$) qui en partent, et ne garder que celles pour lesquelles $v \in V$. Nous pouvons ainsi appliquer l'algorithme décrit dans la section précédente, ce qui nous donne $\mathcal{M} = (m_i)_{i \in V}$.

Afin de garder un temps d'exécution acceptable, il est nécessaire de se poser la question de la structure de données \mathcal{V} à employer. Nous savons que nous effectuerons trois types d'opérations : des insertions (puisque nous le construirons de manière incrémentale), un parcours, et des tests d'appartenance. Nous pourrions utiliser une structure de type liste, où l'insertion se fait en temps constant, mais la recherche d'un élément se fait en temps linéaire par rapport à la taille de la liste. Étant donné que la question de l'appartenance est un point critique de l'algorithme, il est raisonnable d'améliorer cette partie. Nous pourrions donc envisager d'utiliser une liste que l'on maintiendrait triée, ce qui permet d'effectuer des recherches en temps logarithmique, mais nécessiterait des déplacements de mémoire lors de l'insertion, passant la complexité de celle-ci à un temps linéaire. J'ai donc fait le choix d'utiliser une structure d'arbre binaire de recherche équilibré, appelé arbre AVL (Adelson-Velskii & Landis, 1962). Cette structure permet d'effectuer l'insertion et la recherche en temps logarithmique.

Dans le parcours de l'ensemble des nœuds du domaine courant, nous rencontrerons aussi des arêtes particulières : celles qui relient un nœud du domaine courant à un nœud d'un domaine voisin. Au vu du parcours que nous faisons, nous pouvons d'ores et déjà associer un marqueur pour cette arête, du point de vue du domaine courant. Nous pouvons donc remplir une liste \mathcal{B} de quadruplets (identifiant de la cellule courante, identifiant de la cellule voisine, domaine courant, domaine voisin). Il y a cependant une subtilité dans cette liste : les cellules ont un numéro local, mais ici nous avons besoin d'un identifiant global. Nous pouvons pour cela utiliser la structure en arbre du maillage adaptatif (décrit dans la section 2.3.2) : chaque cellule est identifiée de manière unique par le chemin à effectuer dans l'arbre pour l'atteindre. Avec ces informations, il est maintenant possible de reconstituer les structures couvrant plusieurs domaines.

4.3.3 La reconstruction des structures aux interfaces

Nous avons maintenant pour chaque domaine d un sous-graphe $\mathcal{H}_d = (V_d, E_d)$ de cellules marquées, l'ensemble des marqueurs $\mathcal{M}_d = (m_i^d)_{i \in V_d}$ associés, et une liste \mathcal{B}_d de quadruplets (i, j, d, D) où i est l'identifiant de la cellule de d , et j celui de la cellule voisine, appartenant au domaine D . Il s'agit maintenant de construire un graphe $\mathcal{H} = (V, E)$ global. Nous savons déjà que $V = \bigcup_d V_d$, et $E = \bigcup_d E_d \cup E_B$, avec E_B les arêtes traversant les frontières entre domaines. Une fois que nous aurons E_B , nous pourrions reprendre l'algorithme de la section 4.3.1 en parcourant seulement les arêtes supplémentaires de E_B (puisque nous avons déjà parcouru le reste), avec une nouvelle forêt de parenté $\mathcal{T}' = (t'_i)_{i \geq 1}$, à nouveau initialisée à 0 (toutes les composantes connexes identifiées jusqu'à maintenant sont a priori distinctes). Il nous faut aussi un tableau de marqueurs global $\mathcal{M} = (m_i)_{i \in V}$, que nous définissons ainsi :

$$m_i = Nm_i^d + d \text{ pour tous } d \in \llbracket 1, N \rrbracket \text{ et } i \in V_d, \quad (4.12)$$

où N est le nombre de domaines. Les marqueurs ne sont plus nécessairement tous consécutifs, mais sont uniques à travers l'ensemble des domaines.

Reste à définir E_B . Il reste une subtilité du fait de l'architecture du maillage : il se peut que la cellule identifiée par i ne soit en fait pas une cellule feuille (il peut y avoir un niveau de raffinement en plus dans le domaine D). Il faut donc remplacer les quadruplets $(i, j, d, D) \in \mathcal{B}_d$ par des quadruplets (i, k, d, D) où k est une cellule feuille du domaine D , fille de j et contenue dans V_D (notons qu'il peut y en avoir plusieurs, auquel cas il faut ajouter toutes celles qui sont au bord du domaine). À l'aide de ces nouveaux quadruplets, nous pouvons maintenant extraire $E_B = \{(i, j) \mid d \in \llbracket 1, N \rrbracket \text{ et } (i, j, d, D) \in \mathcal{B}_d\}$, et appliquer l'algorithme, qui nous donne le tableau \mathcal{M} final. Les structures recherchées sont alors, comme nous l'avons défini, les ensembles de cellules possédant le même marqueur : $\mathcal{S}_m = \{i \in V \mid m_i = m\}$.

4.3.4 Des perspectives d'amélioration

L'algorithme que j'ai développé est fonctionnel en l'état, mais comme je l'ai déjà évoqué au début de cette section, seule la première partie est parallèle, et surtout, ne nécessite de garder qu'un domaine en mémoire. En particulier, la deuxième partie nécessite d'accéder non seulement aux tableaux \mathcal{M}_d et aux listes \mathcal{B}_d , mais aussi aux graphes \mathcal{H}_d , ce qui est plus contraignant. Il serait possible de relaxer cette dépendance. En effet, si $(i, j', d, e) \in \mathcal{B}_d$, alors $(j, i', e, d) \in \mathcal{B}_e$ (si et seulement si $j \in \mathcal{H}_e$), où i' est soit i , soit la cellule mère de i , et où j' est soit j , soit la cellule mère de j . Dans les deux cas, ceci se reconnaît facilement dans la mesure où le chemin à parcourir pour atteindre une cellule donnée est contenu dans le chemin à parcourir pour atteindre l'une de ses cellules filles. On peut donc se passer de \mathcal{H}_d à cette étape. Si en plus on ajoute la valeur de m_i pour l'élément (i, j', d, e) de \mathcal{B}_d , on peut aussi se passer de \mathcal{M}_d lors du traitement du domaine e . Il devrait donc être possible d'effectuer la majeure partie de la procédure domaine par domaine, en stockant les valeurs temporaires des tableaux \mathcal{M}_d sur disque, et en les rechargeant au moment de la renumérotation finale.

Du point de vue physique, changer de critère de définition d'une structure nécessite en principe de changer aussi l'algorithme. En revanche, si l'on arrive à exprimer les structures comme les composantes connexes d'un graphe (qui ne sera plus le graphe reliant les cellules voisines, mais potentiellement un sous-graphe de celui-ci), rien n'empêcherait d'utiliser cet algorithme. Par exemple, il devrait être possible de formuler l'algorithme PHEW déjà évoqué dans ce cadre, en imposant que deux cellules sont reliées si et seulement si l'une est le voisin le plus dense de l'autre (le graphe devient alors orienté, ce qui peut nécessiter des adaptations). On pourrait aussi imaginer d'autres caractérisations, notamment en fonction du paramètre du viriel qui quantifie la stabilité d'un système vis-à-vis de la gravité, mais ces développements dépassent largement le cadre de cette thèse.

Troisième partie

Simulations du cycle du milieu interstellaire

Chapitre 5

L'impact d'une supernova sur son environnement

On m'a dit : Tu n'es que cendres et poussières.
On a oublié de me dire qu'il s'agissait de poussières d'étoiles.

Hubert Reeves

Maintenant que nous avons posé toutes les fondations physiques et numériques de ce travail de thèse, nous pouvons aborder les résultats physiques. La première étude, qui a servi de base au reste du travail, a été l'étude de l'influence d'une supernova sur un nuage moléculaire. En effet, le milieu interstellaire étant turbulent, on observe de forts contrastes de densité et il est très probable que les supernovae puissent se produire dans des milieux très variés, allant du nuage dense dans lequel l'étoile s'est formée au milieu interstellaire diffus. Ce travail ayant fait l'objet d'une publication dans le journal *Astronomy & Astrophysics* (Iffrig & Hennebelle, 2015), et par conséquent d'une revue par un comité de lecture, le texte original sera repris ici. Ce texte étant en anglais, en voici un résumé.

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, la rétroaction des étoiles sur le milieu interstellaire est un point important à comprendre pour expliquer la formation d'étoiles, et en particulier les taux de formation d'étoiles observés. Les supernovae étant le phénomène mettant le plus d'énergie en jeu (et ce sur un temps relativement court), il est naturel de s'y intéresser en premier lieu. J'ai donc effectué deux séries de simulations de supernova. La première est celle d'une supernova en milieu uniforme, avec différentes valeurs de densité et de champ magnétique. Ces simulations ont permis d'établir un modèle simple pour la quantité de mouvement injectée par une supernova dans le milieu qui l'entoure. Ensuite, j'ai confronté ce modèle à des simulations de supernovae interagissant avec un nuage moléculaire, en faisant varier leur position relative. Le modèle reste valable pour ce type de situation, et constitue donc un candidat raisonnable pour un modèle sous-grille dans des simulations à plus grande échelle. Ces simulations mettent toutefois en évidence une forte dépendance par rapport à la position relative de la supernova et du nuage en ce qui concerne la répartition de la quantité de mouvement entre les différentes phases du milieu interstellaire. En effet, une supernova se produisant à l'intérieur d'un nuage est capable d'injecter une partie significative de sa quantité de mouvement dans le gaz dense, alors que si elle se produit à l'extérieur, le gaz diffus est touché en priorité. Par conséquent, la dynamique précise de l'interaction entre supernovae et nuages moléculaires dépendront donc des conditions dans lesquelles l'explosion a lieu. En particulier du point de vue des simulations, la dynamique dépendra des conditions initiales.

5.1 Introduction

Understanding what regulates star formation within galaxies remains an unsolved problem. While it seems clear that it is a consequence of fundamental processes such as gravity, turbulence, and magnetic field, it has become clear that stellar feedback plays a major role both in limiting the star formation efficiency within actively star forming clouds and in triggering large-scale interstellar turbulence. In turn, turbulence together with gravity contribute to regulating the generation of star forming molecular clouds.

Among other processes such as ionising radiation (e.g., Matzner, 2002), stellar outflows, or stellar winds, supernovae (Mac Low & Klessen, 2004) are thought to play a fundamental role because they contain a very significant amount of energy and momentum. Many studies that have attempted to simulate a galactic disk have included supernova feedback both at the scale of a whole galaxy (e.g., Tasker & Bryan, 2006; Dubois & Teyssier, 2008; Bournaud *et al.*, 2010; Kim *et al.*, 2011; Dobbs *et al.*, 2011; Tasker, 2011; Hopkins *et al.*, 2011; Renaud *et al.*, 2013), and at the kpc scale (Slyz *et al.*, 2005; Avillez & Breitschwerdt, 2005; Joung & Mac Low, 2006; Hill *et al.*, 2012; Kim *et al.*, 2011, 2013; Gent *et al.*, 2013; Hennebelle & Iffrig, 2014). In these models it is typically found that the supernova feedback can efficiently trigger large-scale turbulence in the interstellar medium (ISM) leading to a velocity dispersion on the order of $6 - 8 \text{ km s}^{-1}$. It is also found that supernovae can prevent runaway collapse, leading to star formation rates that are in reasonable agreement with observed values (Kim *et al.*, 2011, 2013; Hennebelle & Iffrig, 2014).

To model supernovae in galactic environments, different strategies have been developed. The most fundamental problem is due to the somewhat coarse resolution that is employed in these large-scale studies (going from typically a few tens of parsecs to a few parsecs). It is not possible to follow the supernova explosions with the resolution required to describe them accurately and in particular to compute properly the impact they have on the gas. More precisely, during the Sedov phase (see below for further description), the hot gas that fills the supernova bubble is adiabatic and thermal energy is being converted into kinetic energy as the expansion proceeds. When the cooling time of the dense shell that surrounds the bubble becomes comparable to the dynamical time, the thermal energy is efficiently radiated away and the propagation is driven by the shell momentum which stays nearly constant. Knowing precisely this momentum is important in the context of interstellar turbulence and its replenishment. While some authors have directly deposited thermal energy in few grid cells around the supernova location (e.g., Avillez & Breitschwerdt, 2005; Joung & Mac Low, 2006; Hill *et al.*, 2012), some others have directly considered the momentum injected (e.g., Kim *et al.*, 2011, 2013) in the gas by inserting a velocity field that is radial and diverging. While the first approach may be more self-consistent, it leads to very small time steps because of the very high temperatures ($10^7 - 10^8 \text{ K}$) reached in the simulations. Moreover, it is generally assumed that the supernova remnants are initially spherical at scales comparable to the resolution which is typically a few pc. Whether that is a fair assumption may depend on the exact place where the supernova is exploding.

The way to implant supernova feedback in these simulations is largely based on the specific models that have been developed to study the evolution of supernova remnants in a uniform medium (Oort, 1951; Sedov, 1959; Chevalier, 1974; McKee & Ostriker, 1977; Cioffi *et al.*, 1988; Ostriker & McKee, 1988; Blondin *et al.*, 1998). Three stages are commonly recognized for the evolution of supernova remnants. The first phase is a free expansion phase, where the initial ejecta simply sweep up the ISM. When the mass swept up by the remnant becomes comparable to the mass of the ejecta, the evolution switches to an adiabatic phase as described by the Sedov-Taylor model (Sedov, 1959) where the shell radius evolves with time as $R_s \propto t^{2/5}$. This phase lasts until the gas behind the shock cools down efficiently (which typically happens around 10^6 K), at which point a dense shell forms and snowplows through the ISM

thanks to the pressure of the hot gas inside. The snowplow phase has two stages: at the beginning, the evolution is driven by the internal pressure, following the pressure-driven snowplow model (Cioffi *et al.*, 1988). If the ambient medium is dense, this phase can be very short and have a timescale similar to the transition timescale. When the internal pressure support vanishes, the shell expands freely through the medium, following the momentum-conserving snowplow model (Oort, 1951) where the shell radius follows $R_s \propto t^{1/4}$. To address the question of the efficiency with which supernovae can drive the turbulence into the galaxies, an important question is how much momentum is delivered by supernova remnants in the ISM? In this respect a remarkable result has been inferred (e.g., Blondin *et al.*, 1998): the total momentum injected by the supernova has a weak dependence on the gas density (see below for more details) of the surrounding gas suggesting that a constant value can be assumed in simulations.

Generally speaking, because the ISM is very inhomogeneous, the medium in which supernova remnants propagate is expected to present density contrasts of several orders of magnitude. How does it modify the supernova remnant evolution? Does it affect the total amount of momentum that is eventually delivered in galaxies? Another related aspect that has received little attention is the influence that magnetic fields can have on the remnant, in particular whether the magnetic field can alter the amount of momentum injected into the ISM.

A complementary question is the impact that supernovae can have on molecular clouds as they explode. While the impact of HII regions (Matzner, 2002; Dale *et al.*, 2012, 2013), protostellar outflows (Li & Nakamura, 2006), and the combined effect of protostellar outflows and stellar winds (Dale *et al.*, 2014) has been investigated, the impact supernovae might have on the molecular clouds has received less attention. It is currently estimated that about 10 – 20 % of the observed supernova remnants interact with a molecular cloud (Fukui *et al.*, 2003; Hewitt *et al.*, 2009; Chen *et al.*, 2014; Slane *et al.*, 2014). The significance of this number is, however, not straightforward. While one would expect about 1000 supernova remnants in our Galaxy, only $\simeq 300$ have been observed so far (e.g., Brogan *et al.*, 2006). The reason for this difference has not been clearly established. On the one hand supernovae that explode in a rarefied medium ($n \ll 1 \text{ cm}^{-3}$) may explode without leaving an identifiable remnant (Chu & Mac Low, 1990), but on the other hand, supernovae that explode in a dense medium will have a small remnant radius and will quickly dissipate (see Fig. 5.2), and thus may also be difficult to see. Therefore the question of where most of the remnants are located remains to be clarified.

Motivated by evidence for interaction between supernovae and molecular clouds such as N49 (Shull, 1983), a few analytical studies have been performed (Shull *et al.*, 1985; Chevalier, 1999). More recently, hydrodynamical numerical simulations of a supernova explosion taking place in a dense clump have been performed by Rogers & Pittard (2013). These simulations include stellar winds, which operate before supernovae explode. They do not however include gravity and magnetic field. The authors conclude that the supernova remnant tends to escape the cloud quickly without depositing a substantial fraction of its energy. They nevertheless show that the supernovae trigger a mass flux that is about 10 times the loss induced by the stellar winds. A detailed study of the effects of stellar winds, photoionization and supernova explosions in a uniform medium has been done by Geen *et al.* (2015a).

In this paper, we investigate the evolution of supernova remnants in molecular clouds. To quantify accurately the amount of momentum that is delivered in the surrounding medium, we focus on a single event. We perform numerical simulations of supernovae in uniform and turbulent, cloud-like medium, taking into account cooling, self-gravity, and magnetic field. We specifically investigate the role of the last by comparing hydrodynamical and magnetized simulations. To assess our calculations, we present a simple but robust model for momentum and kinetic energy feedback, based on the well-known remnant evolution models (Oort, 1951; Sedov, 1959) and compare it to our simulations.

Section 5.2 describes the numerical setup: the physics taken into account, the initial conditions,

Box size (pc)	Density (cm ⁻³)	Temperature (K)
160	1	4907.8
80	10	118.16
80	100	36.821
40	1000	19.911

Table 5.1 – Initial conditions for the uniform cases. The gas is initially at rest.

and the resolution. The results of the uniform medium simulations are detailed in Sect. 5.3, and the results of the turbulent simulations are described in Sect. 5.4. Section 5.5 concludes the paper.

5.2 Numerical setup

5.2.1 Physical processes

Our simulations include various physical processes known to be important in molecular clouds. We solve the ideal magnetohydrodynamics (MHD) equations with self-gravity and take into account the cooling and heating processes relevant to the ISM.

The equations we solve are

$$\partial_t \rho + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (5.1)$$

$$\partial_t (\rho \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{v} \otimes \vec{v} + \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) \mathbb{I} - \frac{\vec{B} \otimes \vec{B}}{4\pi} \right) = -\rho \vec{\nabla} \phi, \quad (5.2)$$

$$\partial_t E + \vec{\nabla} \cdot \left(\left(E + P - \frac{B^2}{8\pi} \right) \vec{v} + \frac{1}{4\pi} \vec{B} \times (\vec{v} \times \vec{B}) \right) = -\rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \phi - \rho \mathcal{L}, \quad (5.3)$$

$$\partial_t \vec{B} - \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) = 0, \quad (5.4)$$

$$\Delta \phi - 4\pi G \rho = 0, \quad (5.5)$$

with ρ , \vec{v} , P , \vec{B} , ϕ , and E respectively being the density, velocity, pressure, magnetic field, gravitational potential, and total (kinetic plus thermal plus magnetic) energy. The loss function \mathcal{L} , includes UV heating and a cooling function with the same low-temperature part as in Audit & Hennebelle (2005) and the high-temperature part based on Sutherland & Dopita (1993), resulting in a function similar to the one used in Joung & Mac Low (2006).

We trigger supernovae at given positions in space and time by injecting 10^{51} erg of thermal energy within a sphere of radius equal to 2 computing cells.

5.2.2 Uniform density simulations

As a preliminary study, we run simulations of a supernova remnant going through a uniform medium, in order to compare our results with previous work (Oort, 1951; Sedov, 1959; Chevalier, 1974; Cioffi *et al.*, 1988; Ostriker & McKee, 1988). We consider several densities ranging from 1 to 1000 particles per cubic centimeter, with an appropriate box size between 160 pc and 40 pc. The gas is initially at thermal equilibrium. Table 5.1 gives the four initial conditions.

To study the influence of the magnetic field, we run a set of hydrodynamical simulations and a set of MHD simulations for which the magnetic field is initially uniform and has an intensity of $5 \mu\text{G}$. The results of these simulations are similar to the hydrodynamical case and are described in Appendix 5.C.

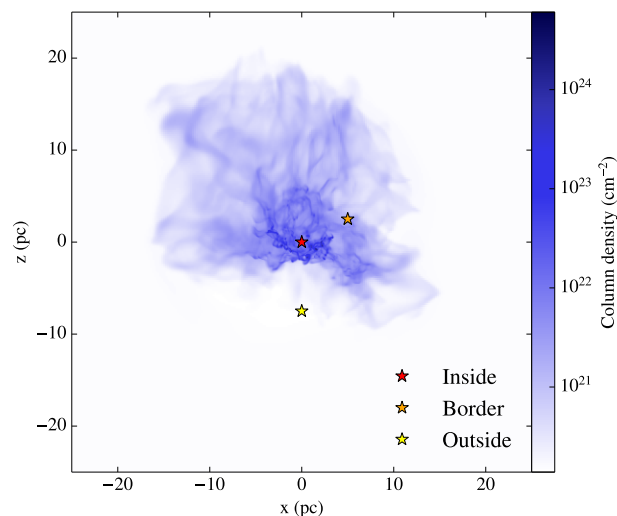


Figure 5.1 – Positions of the supernovae injected in the cloud simulations.

5.2.3 Turbulent simulations

Clouds are turbulent and present large density contrasts and a complex structure induced by supersonic turbulence. In order to reproduce this in our simulations, we set up a spherical density profile and we add a turbulent velocity field; we then let the cloud evolve for about one crossing time.

More precisely, we consider a spherical cloud with a profile given by $\rho = \rho_0 / (1 + (r/r_0)^2)$ where $\rho_0 = 9370 \text{ cm}^{-3}$ and $r_0 = 1.12 \text{ pc}$. The edge density is initially equal to $\rho_0/10$. The total mass within this inner region is $10^4 M_\odot$. In order to avoid a sharp transition with the diffuse ISM and to mimic the HI haloes observed around molecular clouds (e.g., Elmegreen & Elmegreen, 1987; Hennebelle & Falgarone, 2012), we add around it a uniform density cloud of density $\rho_0/100 \simeq 93 \text{ cm}^{-3}$. The radius of this HI halo is about 6.8 pc and it contains a mass equal to about $5 \times 10^3 M_\odot$. In the rest of the computational box the initial density is equal to 1 cm^{-3} . The cloud is initially at thermal equilibrium and is surrounded by warm neutral medium at a temperature of 8000 K.

The ratio of the thermal over gravitational energy is initially equal to about 1 %. We inject a turbulent velocity field into the cloud. The velocity field presents a Kolmogorov power spectrum and has random phase. The kinetic energy is initially about 100 % of the gravitational energy meaning that the cloud is globally supported by turbulence. We let the cloud evolve for 1.25 Myr in order for the turbulence to develop and trigger density (and magnetic field) fluctuations self-consistently, before adding a supernova.

To explore the influence that the supernova position may have on the result, we run three simulations with three different supernova positions (inside, at the border and outside of the cloud), and one without supernova. Figure 5.1 shows the positions of the supernova explosions with respect to the cloud. In the inside run, the supernova explodes in a density of about 700 cm^{-3} , in the border run the density is closer to 20 cm^{-3} , and in the outside run it is about 1.2 cm^{-3} .

5.2.4 Numerical code and resolution

We run our simulations with the RAMSES code (Teyssier, 2002; Fromang *et al.*, 2006), an adaptive mesh code using a Godunov scheme and a constrained transport method to solve the MHD equations, therefore ensuring the nullity of the magnetic field divergence. We use two levels of adaptive mesh re-

finement on a 256^3 base grid, leading to a maximum resolution around 0.05 pc for the turbulent case for which the box size is equal to 50 pc, and between 0.04 and 0.16 pc for the uniform case. The refinement criterion is based on the Jeans length, which must be described by at least 10 computational cells in the turbulent cloud runs and on the pressure gradient in the uniform density runs. We limited the resolution because of the presence of very hot (temperatures over 10^7 K), high-velocity (over 100 km s^{-1}) gas due to the supernova, which enforces a small time step. We integrate until we reach stationarity in the uniform case. In the turbulent cloud runs, since gravity is treated, the cloud keeps evolving and we have integrated up to about 5 Myr which is sufficient to quantify the impact of the supernova on the cloud.

For the turbulent simulations, the blast waves quickly reach the edge of the computational domain and in order to let the energy flow out of the box, we use vanishing gradient boundary conditions, except for the normal component of the magnetic field for which a vanishing divergence condition is enforced.

To assess our results, we have also performed two runs with a base grid of 512^3 and two more adaptive mesh refinement levels. One of these runs has the same computational box size of 50 pc, therefore implying a spatial resolution 2 times higher while the other one has a box size equal to 100 pc, which allows us to follow the supernova remnant for a longer time and to verify that the total amount of momentum injected in the surrounding ISM has indeed reached stationarity.

5.3 Evolution of a supernova remnant in a uniform medium

As recalled previously, three phases are typically expected during supernova explosions, the free expansion phase for which the mass of the remnant dominates the swept-up mass; the Sedov-Taylor phase, during which the expansion is adiabatic; and finally the snowplow phase, during which the dense shell can radiate energy efficiently. In our simulations, given the temporal and spatial resolution, we cannot observe the free expansion phase. We observe the adiabatic phase, the pressure-driven snowplow phase, and the momentum-conserving snowplow phase (for the runs with the highest ambient densities).

5.3.1 Simple analytical trends

For the adiabatic phase, Sedov's analytical model (Sedov, 1959) predicts a total momentum of

$$p_{43} = 1.77 n_0^{1/5} E_{51}^{4/5} t_4^{3/5}, \quad (5.6)$$

where p_{43} is the total momentum in units of $10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$, n_0 is the particle density in cm^{-3} , E_{51} is the supernova energy in units of 10^{51} erg , and t_4 is the age of the remnant in units of 10^4 yr .

We define the transition time t_{tr} as the moment when the age of the remnant becomes equal to the cooling time τ_{cool} of the shell which is given by

$$\tau_{cool} = \frac{3}{2} k_B \frac{n_s T_s}{n_s^2 \Lambda_s}, \quad (5.7)$$

where n_s and T_s are the gas density and temperature of the shell, and Λ_s the net cooling (in $\text{erg cm}^3 \text{ s}^{-1}$).

Below we estimate the transition time t_{tr} numerically, but it is worth inferring explicitly the relevant dependence. The net cooling Λ_s can be approximated as (e.g., Blondin *et al.*, 1998)

$$\Lambda(T) \propto \frac{1}{T}. \quad (5.8)$$

n_0 (cm ⁻³)	t_{tr} (10 ⁴ yr)	p_f (10 ⁴³ g cm s ⁻¹)
1	2.99	5.18
10	0.919	4.04
100	0.267	3.04
1000	0.0616	2.01

Table 5.2 – Transition time t_{tr} and final momentum p_f as a function of the ambient density n_0 .

The temperature and the density in the shell are given by the Rankine-Hugoniot conditions. For a monoatomic gas we thus have

$$n_s = 4n_0, T_s \propto v_s^2. \quad (5.9)$$

The evolution of the shell radius is given by $R_s \propto (Et^2/n_0)^{1/5}$. Thus we get

$$v_s^4 \propto n_0^{-4/5} E^{4/5} t^{-12/5}. \quad (5.10)$$

Combining Eqs. (5.7), (5.8), (5.9), and (5.10), we get

$$t_{tr} \simeq \tau_{cool} \propto \frac{T_s^2}{n_s} \propto n_0^{-9/5} E^{4/5} t_{tr}^{-12/5}, \quad (5.11)$$

therefore

$$t_{tr} \propto n_0^{-9/17} E^{4/17}. \quad (5.12)$$

Using Eq. (5.6) and Eq. (5.12), we can estimate the dependence of the shell momentum at the transition time, t_{tr} , and we get

$$p_{43} \propto n_0^{-2/17} E^{16/17}. \quad (5.13)$$

Thus, we see that the total momentum delivered in the ISM has a weak dependence on the medium density. For example, changing the density by a factor of 10³, leads to a momentum variation of about 2 – 2.5.

5.3.2 Momentum injection: result

Figure 5.2 shows the integrated radial momentum as a function of time for the four uniform density simulations. We clearly observe two phases of the remnant's evolution: the adiabatic (Sedov-Taylor) phase, conserving energy for which the momentum follows $p \propto n_0^{1/5} t^{3/5}$, and the momentum-conserving (for the highest ISM densities only), and pressure-driven snowplow (Oort, 1951; Cioffi *et al.*, 1988). Figure 5.2 also shows the analytical prediction stated by Eq. (5.6) and valid before the transition time. As can be seen the agreement is excellent.

To model analytically the second phase, we solve numerically the equation $t_{tr} = \tau_{cool}$; that is to say, we use the complete cooling function instead of using Eq. (5.8). For the highest ambient densities ($n_0 \gtrsim 10$), the momentum injection is reasonably well fitted by the momentum-conserving snowplow model with the final momentum p_f taken to be the momentum of a Sedov-Taylor blast wave at $2t_{tr}$ (the numerical values are given in Table 5.2). Some small deviations are found with the lowest density case because the pressure within the shell is still higher than the surrounding pressure and the shell keeps accelerating. When the surrounding gas density varies by 3 orders of magnitude, the total momentum varies by a factor of about 2.5.

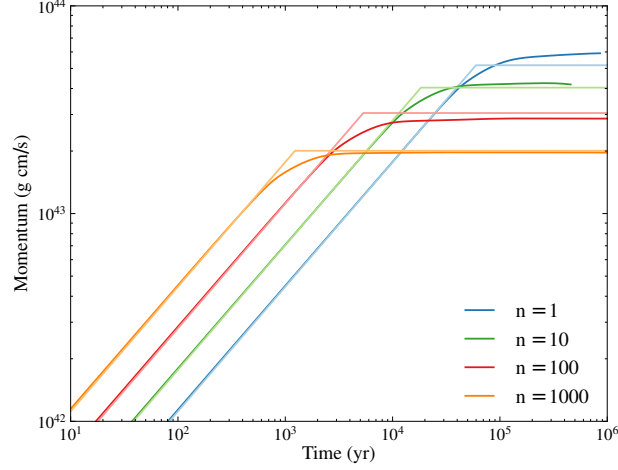


Figure 5.2 – Integrated radial momentum for the uniform simulations. The thin straight lines correspond to the analytical trends described in Sect. 5.3.1. Two main phases can be distinguished. First, during the Sedov-Taylor phase the momentum increases with time. Then, during the radiative snow-plow phase the momentum is nearly constant. The dependence of the momentum on the ISM density is rather shallow.

We also compared the injected kinetic energy with analytical trends derived from the same models, again with good agreement. The details are given in Appendix 5.A.

Altogether, the numerical and analytical results agree well with previous works. Importantly, they show that the total amount of momentum delivered in the surrounding ISM is expected to have a weak dependence on the surrounding density.

5.4 Supernova explosions in turbulent molecular clouds

We now present the simulation results for supernova explosions within molecular clouds. We performed both hydrodynamical and MHD runs. The results of the MHD runs are relatively similar to the hydrodynamical runs and are described in Appendix 5.C. The main difference is that the magnetic field tends to couple the different parts of the cloud, so that supernovae exploding inside have more impact.

5.4.1 Qualitative description

Figures 5.3 and 5.4 show the column density and a temperature slice ($z = 0$) of the cloud without supernova (top panels), with the supernova inside (middle panels) and outside (bottom panels) (see Fig. 5.1) at three different time steps. The top panels show a complex multi-scale column density similar to what has been found in many simulations (e.g., Ballesteros-Paredes *et al.*, 2007; Hennebelle & Falgarone, 2012). The dense gas rapidly collapses into several objects under the influence of gravity. The second row shows that the hot gas that is initially located inside the dense cloud is rapidly able to escape through channels of more diffuse gas, which has been pushed by the high pressure. Once it reaches the outside medium, a bubble forms and propagates as found previously. The propagation in the rest of the cloud remains limited but happens nevertheless. Indeed, the high pressure enhances the contrast inside the cloud by creating regions of very low density and by compressing further the dense clumps.

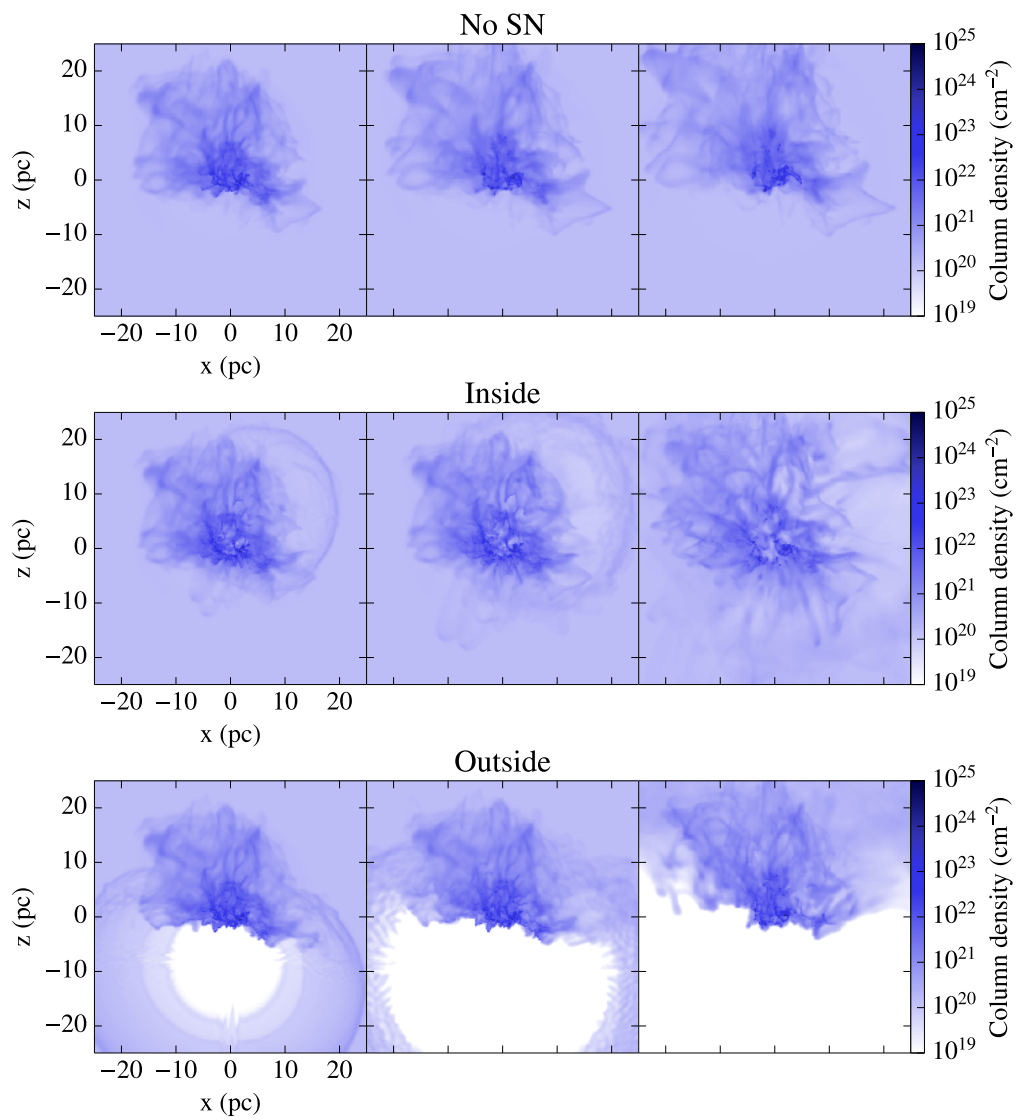


Figure 5.3 – Column density maps for the turbulent hydrodynamical simulations. Top panel: no supernova, 0.27, 0.85, 1.4 Myr after injection time ; middle panel: supernova inside ; bottom panel: supernova outside, both after 100, 200 and 750 kyr.

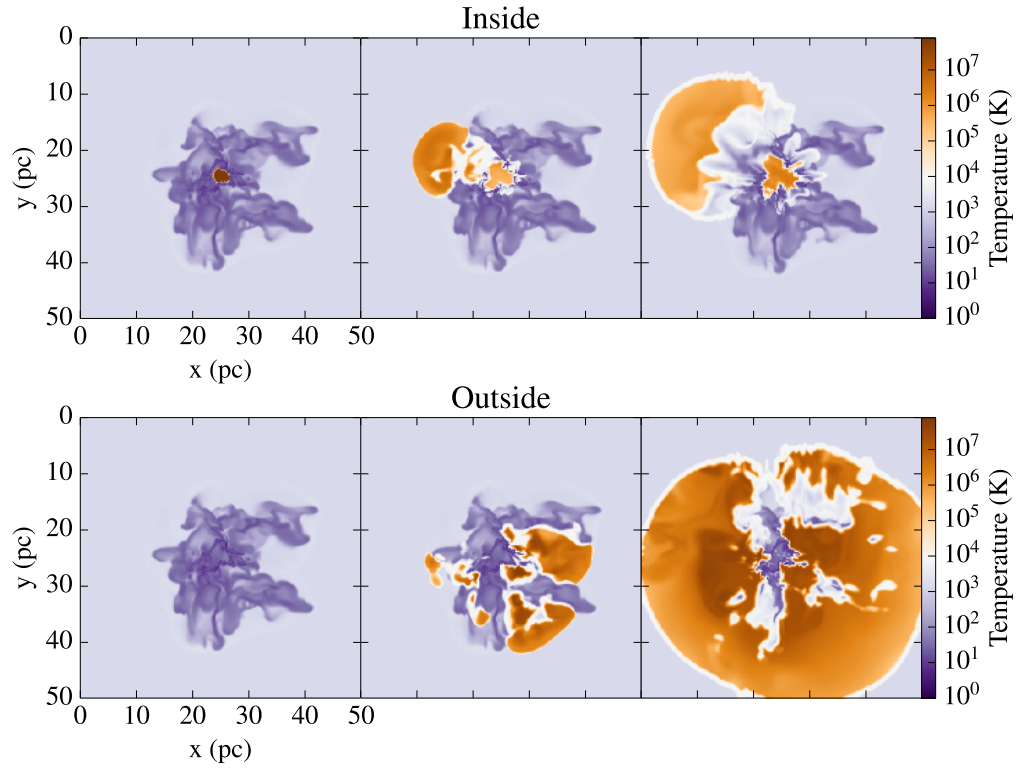


Figure 5.4 – Temperature maps for the turbulent hydrodynamical simulations 1, 20 and 100 kyr after supernova injection time. Top panel: supernova inside; bottom panel: supernova outside (in this view the explosion takes place behind the cloud).

The temperature plot (Fig. 5.4) also reveals interesting behavior. In the inside run, the high pressure gas quickly opens up a chimney through the cloud by pushing the diffuse material. Once it reaches the diffuse ISM, the supernova remnant starts expanding and develops into a spherical shell. The outside run shows a different evolution. The explosion is broadly spherical from the very beginning. The hot gas tends to penetrate in between the dense regions within the cloud and quickly surrounds it, therefore compressing the diffuse material.

5.4.2 Total momentum injection

In order to quantify the overall impact a supernova embedded in a molecular cloud can have on the surrounding ISM, we first calculate the total radial momentum and kinetic energy as a function of time. Since the gas is initially moving, it may not be straightforward to discriminate between the contribution of the supernova and the initial condition. However, the momentum before the supernova explodes is about 10 times smaller than the peak value reached once the supernova has taken place. Because the results concerning the injection of kinetic energy are of lesser importance, we describe them in Appendix 5.A.

The top panel of Fig. 5.5 shows the evolution of radial momentum for the three runs, inside, border, and outside, compared to the models described in Sect. 5.3.2 valid for the uniform density runs. The vertical dashed lines show the time at which the supernova remnant starts leaving the box and at this point, or shortly after, the total momentum decreases. The bottom panel of Fig. 5.5 shows the results for the same simulation, but performed with a computational box 2 times larger. As can be verified from the total momentum values, the maximum obtained with the 50 pc box is close to the maximum value obtained with the 100 pc box. Numerical convergence can also be assessed from this same diagram as a simulation with 2 times better resolution is also presented.

The injected momentum follows an evolution that is different from any of the uniform density models. This is relatively unsurprising given that the structure of the clouds is far from spherical and entails a wide distribution of densities which spans about 6 orders of magnitude (see Appendix 5.B for details). We note that the trends are qualitatively similar to the uniform density case; that is to say, the outside run tends to be closer to the lower density uniform models than the inside run. In spite of these significant differences with the uniform density runs, the total momentum injected by the supernova does not vary much and remains close to the values inferred in the uniform density case, i.e., a few $10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$.

This result constitutes an important generalization of the uniform models and suggests that the feedback from supernovae in star forming regions and, more generally in galaxies, can be modeled by adopting a simple prescription of a few $10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$ being released in the ISM. Similar results have been found in recent works (Martizzi *et al.*, 2015; Kim & Ostriker, 2015a).

5.4.3 Mass distributions: impact of the supernova on the cloud

As can be seen in Fig. 5.6, which shows the mass above various thresholds as a function of time in the four runs (without supernova, outside, border, and inside), the supernova does not change the high-density part of the mass distribution (compared to the rest of the gas), but produces very diffuse gas and hot material. The details of the density distribution, not shown here for conciseness, are presented in Appendix 5.B.

In the run without feedback (top panel), the fraction of gas of densities larger than 10 and 10^2 cm^{-3} drops during the first 2 Myr because the cloud is slightly supervirial and therefore expands. As turbulence decays, gravity takes over and the mass of gas denser than 10^2 and 10^3 cm^{-3} increases with time as

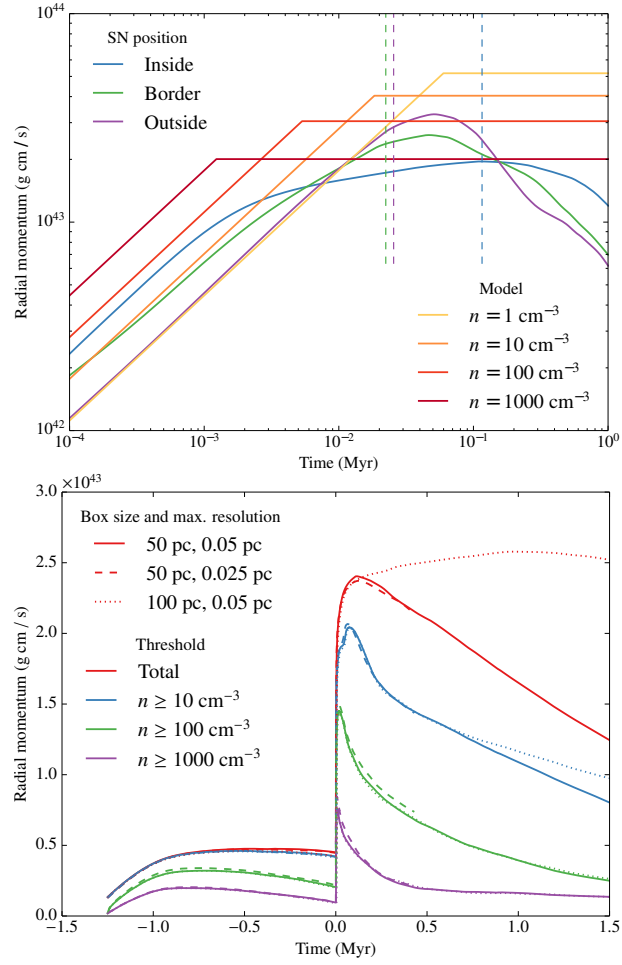


Figure 5.5 – Top panel: total radial momentum, comparison between turbulent simulations and the analytical model for various densities. The vertical lines correspond to the time at which the gas starts leaving the computational domain (from left to right: border, outside, inside). Bottom panel: inside run for two different box sizes and two numerical resolutions.

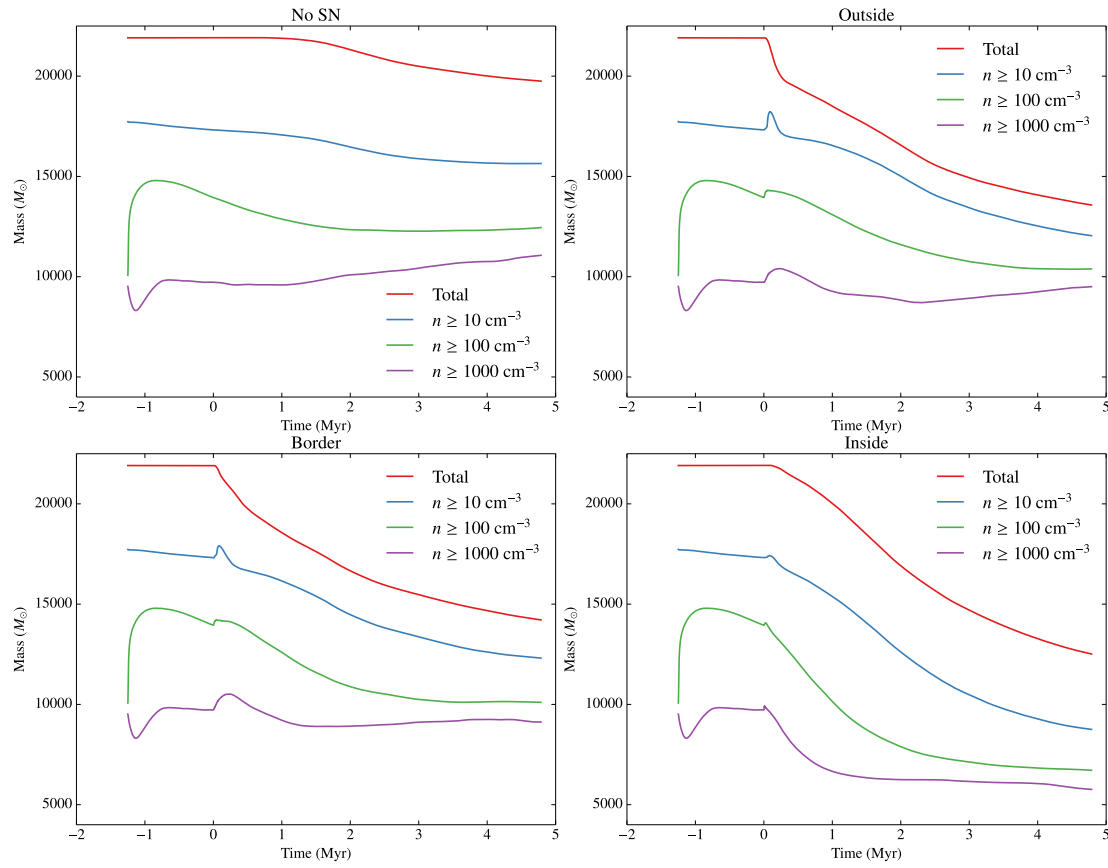


Figure 5.6 – Mass above density thresholds $10, 100, 1000 \text{ cm}^{-3}$ in the case without supernova (top left panel) and outside (top right panel), border (bottom left panel) and inside (bottom right panel) runs.

the collapse proceeds. We note that the decrease of the total mass is due to diffuse gas leaving the computational box. While this leak of material remains limited in the run without supernova, it is more important for the runs with supernova explosions. As shown in the bottom panel of Fig. 5.5, this effect does not affect the 10^2 and 10^3 cm^{-3} thresholds, and affects the 10 cm^{-3} threshold only marginally. This can be seen by comparing the solid lines (50 pc box size) with the dotted ones (100 pc box size).

In the inside run (bottom panel of Fig. 5.6), the amount of gas denser than 10^2 and 10^3 cm^{-3} drops sharply after the supernova explosions and after 2 Myr reaches values of about 6 and $7 \times 10^3 M_\odot$, respectively. Later evolution suggests that these numbers do not evolve significantly. At 4 – 5 Myr, these masses are almost 2 times smaller than in the run without supernova. This clearly shows the impact that supernova feedback has on molecular clouds. For the case of the present configuration, that is to say a cloud of mass $\simeq 10^4 M_\odot$ which is about 2 times supervirial, a supernova can reduce the mass that would eventually form stars by a factor of about 2 (see Sect. 5.4.5 for a more quantitative estimate).

As can be seen from the outside and border runs (second and third panels, respectively), this effect is very sensitive to the position of the supernova in the cloud. The amount of dense gas is only slightly reduced in the outside run with respect to the run without supernova. This is in good agreement with the results inferred by Hennebelle & Iffrig (2014) where kpc simulations were performed. In particular, they found that the impact that supernovae have in reducing the star formation rate decreases as the distance between the supernova and the collapsing regions (represented by Lagrangian sink particles) increases.

5.4.4 Momentum injection with respect to density

Figure 5.7 shows the injected radial momentum for three density thresholds and the three supernova locations. Significantly less momentum is injected in denser regions. For the inside runs and for the 10^2 and 10^3 cm^{-3} density thresholds, the amount of momentum is about 1.2 and $0.7 \times 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$ respectively; these values are about 0.3 and $0.1 \times 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$ for the outside runs.

In the case when the supernova explosion takes place inside the cloud, momentum is transferred to high-density medium more efficiently than in the other cases, probably because the supernova remnant is trapped within the dense gas of the cloud, whereas in the other cases a significant part of the remnant moves through diffuse medium. The momentum associated with dense gas quickly drops because this dense high momentum gas quickly reexpands and therefore becomes diffuse, in good agreement with the bottom panel of Fig. 5.6.

This shows once again that the impact supernovae have on the cloud significantly depends on their positions. While the differences between the inside and outside runs show that a shift of a few pc in distance can make a significant difference to the impact a supernova can have on the clouds, supernovae exploding even farther away from the clouds would obviously have an even weaker impact on the dense gas. This highlights the fact that while the amount of momentum injected into the ISM is a very useful piece of information, it is nevertheless vastly insufficient. A more detailed knowledge of exactly where a supernova occurs is necessary in order to quantify the real influence it has on the ISM.

5.4.5 An analytical estimate

To estimate the fraction of mass, f_m that is expelled by the supernova explosion, we can simply compare the amount of momentum that is delivered by the supernova and the momentum necessary to unbind a mass $f_m M_c$ from the cloud of mass M_c and radius R_c . The escape velocity is given by

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2M_c G}{R_c}}, \quad (5.14)$$

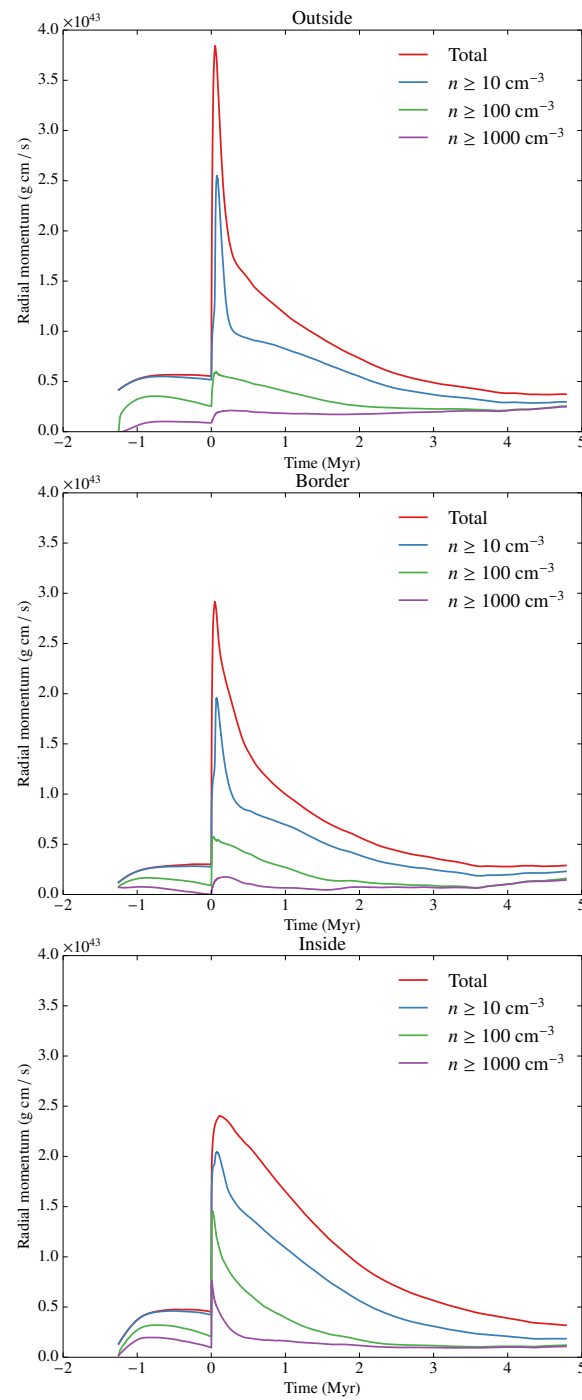


Figure 5.7 – Evolution of momentum for densities above thresholds 10, 100, and 1000 cm^{-3} in the outside, border, and inside cases.

therefore we must have

$$\frac{p}{f_m M_c} \simeq v_{esc}, \quad (5.15)$$

$$f_m = \frac{p R_c^{1/2}}{\sqrt{2} M_c^{3/2} G^{1/2}}. \quad (5.16)$$

Taking $M_c \simeq 10^4 M_\odot$, $p \simeq 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$, and $R_c \simeq 5 \text{ pc}$ (estimated from Fig. 5.3), we get

$$f_m \simeq 1.2 \frac{p}{10^{43} \text{ g cm s}^{-1}} \left(\frac{R_c}{5 \text{ pc}} \right)^{1/2} \left(\frac{M_c}{10^4 M_\odot} \right)^{-3/2}, \quad (5.17)$$

which for a cloud of $1.25 \times 10^4 M_\odot$ (as estimated from Fig. 5.6, bottom panel) gives $f_m = 0.87$.

This value is in reasonable agreement with the numbers inferred from Fig. 5.6, since the mass of gas above 10^3 cm^{-3} in density in the inside run at 5 Myr is about $6 \times 10^3 M_\odot$, while the momentum injected in this dense gas (from Fig. 5.7 at $t = 0$) is $0.7 \times 10^{43} \text{ g cm/s}$, leading to a fraction of expelled dense gas around 0.6. As mentioned above in the case without feedback the mass of the dense gas is typically 2 times larger than in the inside run (bottom panel). Given the complexity of the problem it is difficult to look for a more quantitative prediction.

Of course, this estimate is valid for a single supernova event while in practice their number should be roughly equal to the total mass of stars divided by about $120 M_\odot$. The momentum, p , must therefore be multiplied by the number of supernovae events N_s . Their total number will eventually be on the order of $\simeq (1 - f_m) * M_c / 120$, leading to

$$f_m \simeq \frac{1}{1 + 10^{-2} \left(\frac{p}{10^{43} \text{ g cm s}^{-1}} \right)^{-1} \left(\frac{R_c}{5 \text{ pc}} \right)^{-1/2} \left(\frac{M_c}{10^4 M_\odot} \right)^{1/2}}, \quad (5.18)$$

where p is the momentum that is effectively injected in the star forming gas. As discussed above, this value may vary substantially from one supernova to another. This value of f_m is obviously an upper estimate as it would lead to very low star formation efficiency, $1 - f_m$. In practice, since supernovae typically arrive after 10 – 20 Myr, a significant amount of mass has already been converted into stars. It is clear, however, that if the supernovae are still sufficiently embedded into the molecular cloud when the massive stars start exploding, only a few of them will be enough to disperse the cloud entirely. As discussed above the efficiency depends on the correlation between the massive stars and the dense gas. As emphasized in other works (Matzner, 2002; Dale *et al.*, 2013), ionising radiation may have already pushed away the surrounding gas. It must be kept in mind, however, that ionising radiation has little impact on dense material. Therefore, detailed investigations are required to conclude.

Finally, we note that in their paper, Rogers & Pittard (2013) report the mass flux at their box boundaries. Clearly, the supernova significantly dominates the effect of the stellar winds (see their Fig. 10). The integrated mass flux is a few $10^3 M_\odot$ and therefore comparable to the cloud mass. Since they also include losses from the red supergiant and Wolf-Rayet phase, it is hard to infer the amount of mass lost because of the supernova in this work, but the values are similar to our results.

5.5 Conclusions

We have performed a series of numerical simulations to study supernova explosions in the interstellar medium. We considered both uniform density medium and turbulent star forming clouds and ran hydrodynamical and MHD simulations.

In good agreement with previous works and simple analytical considerations, we found that the total amount of momentum that is delivered in the surrounding ISM is weakly dependent on the density. This is true both for a uniform density medium and for a turbulent cloud.

However, the impact a supernova has on a molecular cloud significantly depends on its location. If it is located outside the molecular cloud, its impact on the dense gas remains fairly limited and only a small percent of the momentum is given to the dense gas. When the supernova explodes inside the molecular cloud, up to one half of the momentum can be given to the dense gas. Consequently, supernovae can reduce significantly the mass of the cloud when they explode inside while they will barely affect the amount of dense gas if they explode outside. For the conditions we explore, that is to say a $10^4 M_\odot$ molecular cloud, we find that up to half of the mass can be removed by one supernova explosion. Simple analytical considerations suggest that these results can be understood by comparing the amount of momentum delivered with the momentum required to escape the gravitational potential of the cloud.

The magnetic field has an overall weak impact on the mutual influence between molecular clouds and supernovae. In particular, it does not influence the total amount of momentum delivered onto the ISM. It tends, however, to enhance the effect a supernova has on the cloud when it is located inside. For the conditions we explore, the momentum injected in the dense gas increases by about 50 % and the mass that is removed is in approximately the same proportion.

Our results suggest that the influence that supernovae have on molecular clouds and in particular their ability to regulate the star formation in galaxies, depends on their exact location. In particular, supernovae may be efficient to remove intermediate density gas ($10 \text{ cm}^{-3} \leq n \leq 100 \text{ cm}^{-3}$) that could have formed stars in the next few million years.

Acknowledgements

It is a pleasure to thank Eve Ostriker for stimulating discussions and insightful suggestions, Anne Decourchelle and Jean Ballet for enlightening elements regarding the observations of supernovae remnants and Matthieu Gounelle for triggering our interest in supernova explosions. We thank the anonymous referee for a careful reading of the manuscript which has significantly improved the paper. This work was granted access to HPC resources of CINES under the allocation x2014047023 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif). PH acknowledges the financial support of the Agence Nationale pour la Recherche through the COSMIS project. This research has received funding from the European Research Council under the European Community's Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013 Grant Agreement no. 306483 and no. 291294).

Appendix

5.A Kinetic energy injection

It is also worth studying the amount of kinetic energy that is injected into the ISM during the supernova explosions. Figure 5.8 shows the total kinetic energy as a function of time. As with the momentum plots described before, we see the adiabatic phase where energy is conserved (the kinetic energy being a constant fraction of the total energy in this phase), the shell formation, and the snowplow phase where the energy of the hot dense shell is radiated away, approximately following the momentum-conserving snowplow model $E_K \propto t^{-3/4}$. The ratio between total and kinetic energy is about 0.2 – 0.3 in the adiabatic phase in good agreement with Sedov's model.

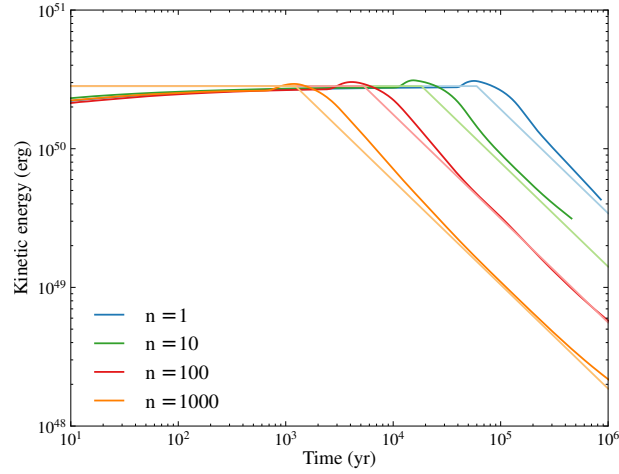


Figure 5.8 – Total kinetic energy for the uniform simulations. The thin straight lines correspond to the analytical trends described in Sect. 5.3.1.

For the momentum-conserving snowplow model, the shell radius evolves with time as $R_s \propto t^{1/4}$. This stems from the fact that $p \propto R^3 v$, while $v = dR/dt$ and p is nearly constant. Therefore, the kinetic energy can be approximated by

$$E_{K,51} = 0.28E_{51} \left(\frac{t_4}{2t_{tr,4}} \right)^{-3/4}, \quad (5.19)$$

where $E_{K,51}$ is the integrated kinetic energy in 10^{51} erg, E_{51} is the initial supernova energy in 10^{51} erg, t_4 is the age of the remnant in 10^4 yr, and $t_{tr,4}$ is the transition time in 10^4 yr.

Figure 5.9 shows the evolution of kinetic energy in the turbulent case, compared to our simple model. The injected kinetic energy roughly corresponds to the uniform case in the Sedov-Taylor phase, and stays in the same order of magnitude in the radiative phase.

5.B Density distributions

Figure 5.10 shows the density probability distribution functions in the runs without supernova (top panel) and with a supernova inside (bottom panel). As can be seen, a high-density power law with a slope between -1 and $-3/2$ develops. Such a power law has been found in simulations including gravity and turbulence (e.g., Kritsuk *et al.*, 2011) and is due to the collapse itself. The supernova does not change the high-density part of the distribution, but produces very diffuse gas and hot material. This is even more clearly seen in Fig. 5.6, which shows the mass above various thresholds as a function of time in the four runs (without supernova, outside, border, and inside).

5.C Influence of the magnetic field

We now study the impact that a magnetic field can have on the supernova remnant influence on the ISM. We proceed as for the hydrodynamical case starting with the uniform configuration, and then investigate the turbulent case.

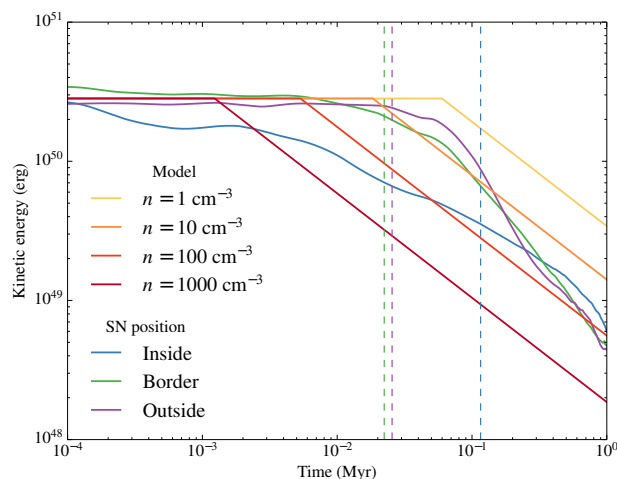


Figure 5.9 – Kinetic energy injection: comparison between turbulent simulations and our model. The vertical lines correspond to the time at which the gas starts leaving the computational domain (from left to right: border, outside, inside)

5.C.1 Uniform case

Figure 5.11 shows the differences between momentum injection with an ambient uniform magnetic field (taken to be $5 \mu\text{G}$) and the model for $n = 1$ and $n = 10 \text{ cm}^{-3}$. The values in the final stage are almost unchanged by the presence of magnetic field. This is relatively unsurprising since as seen from the turbulent simulations, the final momentum is relatively insensitive to density variations and complex geometry. In particular, the magnetic field does not alter very significantly the shock structure as long as it remains adiabatic, nor does it modify the cooling rate.

5.C.2 Turbulent case

To include a magnetic field in the turbulent cloud runs, we introduce a uniform field initially. Its intensity is about $5 \mu\text{G}$, which corresponds for the $10^4 M_{\odot}$ cloud to an initial mass-to-flux ratio of about 10. The initial magnetic field is, however, significantly amplified before the supernova is introduced.

5.C.2.1 Impact of the supernova remnant on the cloud

The evolution (not shown for conciseness) of the magnetized cloud is very similar to the hydrodynamical case. The supernova hot gas quickly escapes through the low-density material, whereas the high-density clumps are pushed away more slowly. A difference is that the propagation of the supernova in the diffuse medium is no longer spherical because it propagates more easily along the magnetic field lines as noted in earlier works (e.g., Tomisaka, 1998).

Figure 5.12 shows the mass above 3 density thresholds as a function of time for the four MHD runs. The run without supernova (top panel) is very similar to the corresponding hydrodynamical run (top panel of Fig. 5.6). In particular, the mass above 10^3 cm^{-3} is almost identical in the two runs.

In the two MHD runs outside and border (second and third panels), the mass of gas above 10^3 cm^{-3} is smaller than in the hydrodynamical case by a factor of about 10 – 20 %. The same is true for the inside run where it is seen that the mass above 10^3 cm^{-3} rapidly drops below $5000 M_{\odot}$.

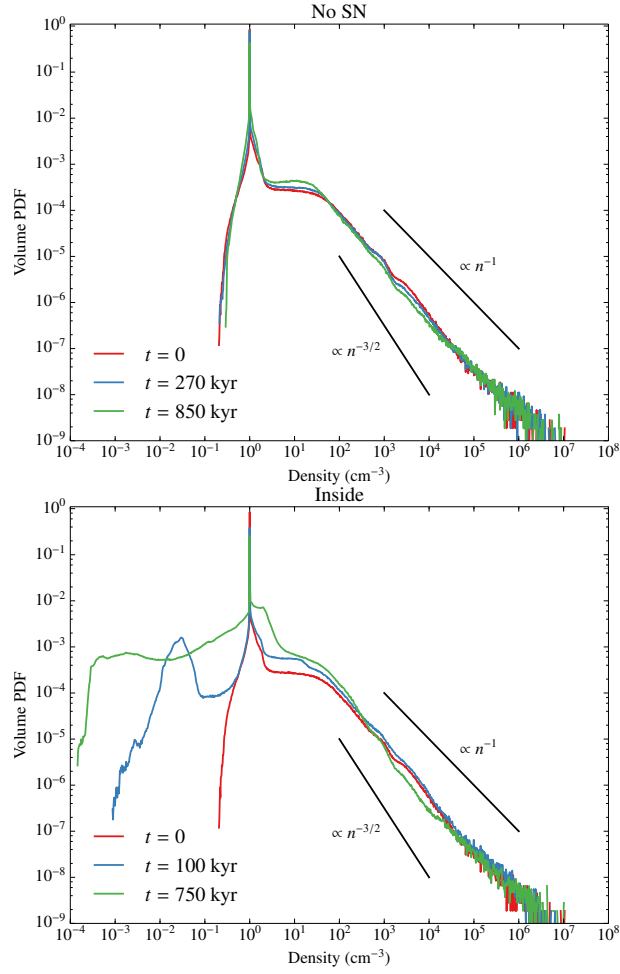


Figure 5.10 – Density probability distribution just before the explosion and at two later times. Top panel displays the case without supernova and bottom panel shows the inside run. While significant differences are seen in the diffuse gas distribution, the high-density tail is largely unchanged by the supernova explosions.

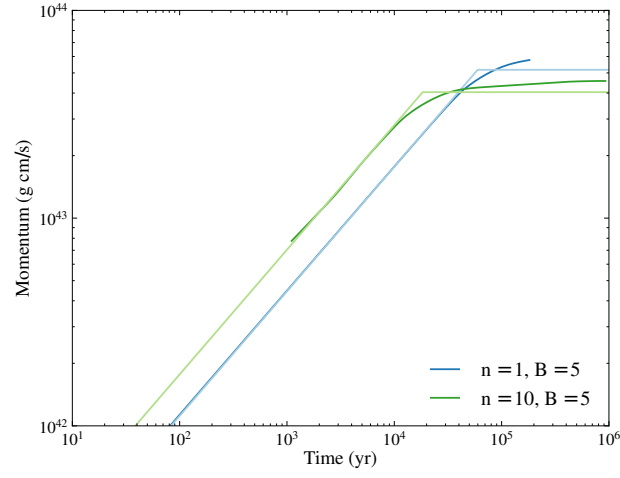


Figure 5.11 – Integrated radial momentum for the uniform MHD simulations. The thin straight lines correspond to the analytical trends described in Sect. 5.3.1.

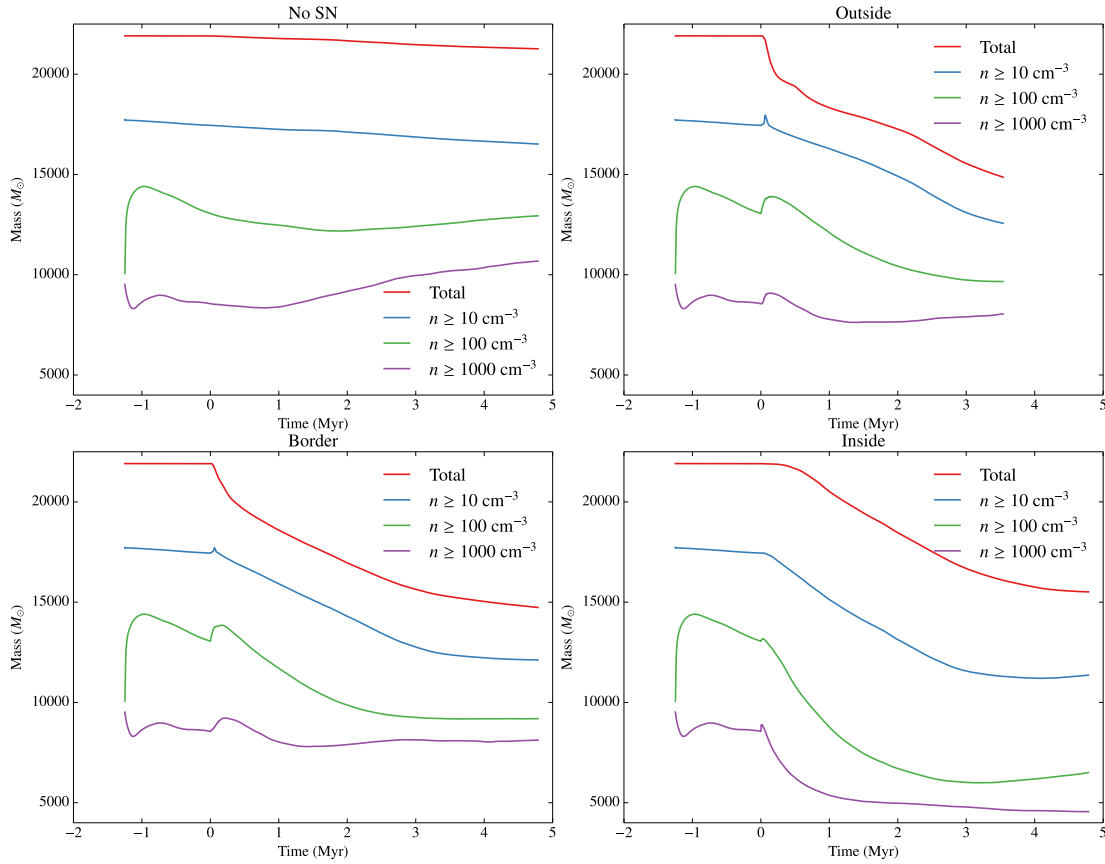


Figure 5.12 – MHD case. Mass above densities thresholds $10, 100, 1000 \text{ cm}^{-3}$ in the case without supernova (top left panel) and outside (top right panel), border (bottom left panel) and inside (bottom right panel) runs.

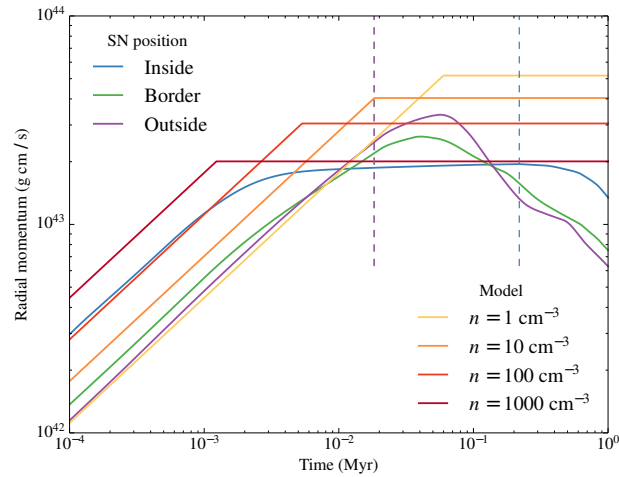


Figure 5.13 – Integrated radial injected momentum: comparison between turbulent MHD and our model. The vertical lines correspond to the first matter outflow for each case (from left to right: border, outside, inside)

This shows that the presence of a magnetic field tends to enhance the influence supernovae have on molecular clouds, probably because the magnetic field exerts a coupling between the different fluid particles within molecular clouds. Therefore, as some gas is pushed away by the high pressure supernova remnant, more gas is entrained.

5.C.2.2 Momentum injection

Figure 5.13 shows the evolution of the radial momentum (with respect to the supernova center) with time in the turbulent case with magnetic field. The evolution is very similar to the hydrodynamical case displayed in Fig. 5.5 (top panel) and reasonably well described by the simple model presented in Sect. 5.3.1. This confirms the result of the uniform density runs about the weak influence magnetic field has on the total momentum delivered to the ISM.

In addition to the value of the total momentum, it is important (as discussed above) to quantify the momentum distribution as a function of density. Figure 5.14 shows the momentum injected for the three density thresholds as a function of time for the MHD runs. These results should be compared with Fig. 5.7. There are more differences than for the total momentum, particularly in the inside run for which it is seen that the momentum delivered at high density just after the supernova explosion is about 20 to 30 % higher than in the hydrodynamical case. This is in good agreement with the results obtained for the mass evolution (Fig. 5.12).

Altogether, the various MHD runs presented in this section reveal that the magnetic field does not modify the total amount of momentum injected by supernovae into the ISM. It has a modest impact on the momentum that is injected into the dense gas, and therefore on the impact that supernovae may have in limiting star formation, if the supernova lies inside the dense gas when it explodes. The magnetic field has almost no impact if the supernova explodes outside the denser regions.

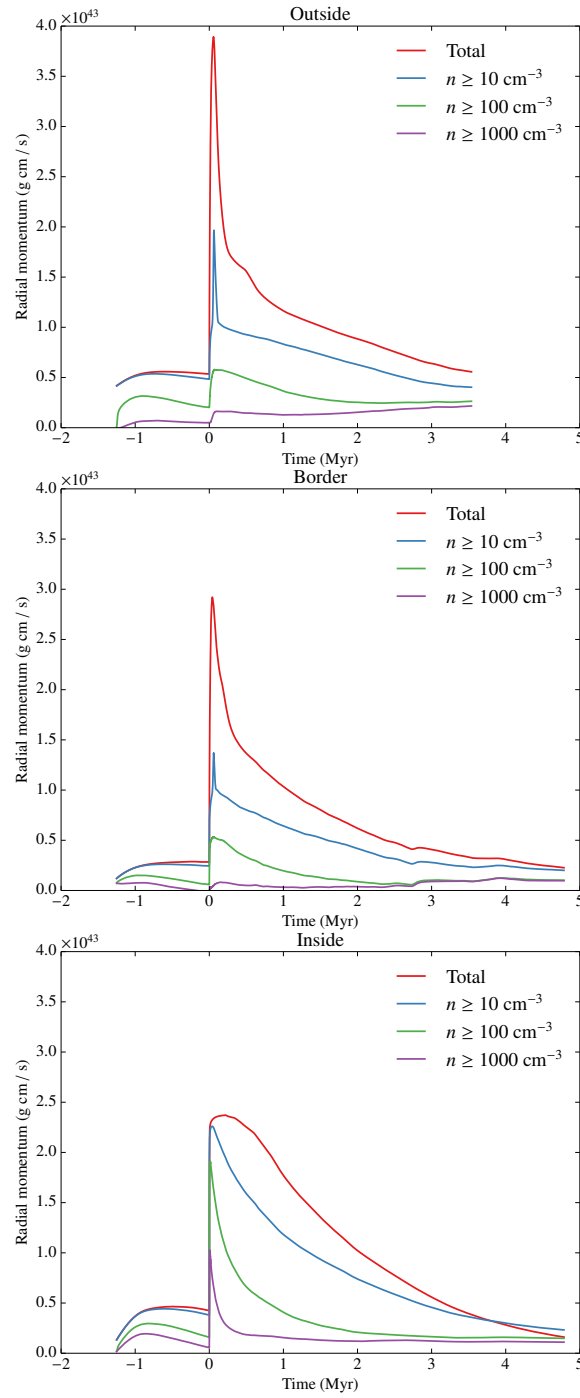


Figure 5.14 – MHD case. Evolution of momentum for densities above thresholds 10, 100, and 1000 cm^{-3} in the outside, border, and inside cases.

Chapitre 6

De la galaxie aux nuages moléculaires

Les sciences sont un labyrinthe où l'on s'enfonce plus avant au moment même où l'on croyait en sortir.

François-René de Chateaubriand

Dans le chapitre précédent, nous avons mis en évidence la difficulté de quantifier l'impact d'une supernova sur son environnement. En effet, bien que la quantité de mouvement injectée dans le milieu ne dépend que faiblement des conditions (densité, champ magnétique, turbulence), la dynamique précise présente de grandes variations. Il est donc primordial d'avoir une corrélation réaliste entre les positions des supernovae et les régions de formation d'étoiles, si l'on veut simuler de façon cohérente la dynamique du milieu interstellaire.

J'ai donc réalisé des simulations à l'échelle du kiloparsec. Cette échelle quelque peu intermédiaire entre la galaxie et les régions de formation d'étoiles permet de s'affranchir (au moins dans un premier temps) des complications dues à la structure à grande échelle de la galaxie (bras spiraux, rotation, matière noire), tout en gardant une résolution acceptable du point de vue des structures (nuages moléculaires, principalement) et de la puissance de calcul. La résolution correspondante, au plus fin de l'ordre du parsec, ne permet néanmoins pas de traiter précisément la formation des étoiles et la rétroaction par les supernovae. Dans un premier article (Hennebelle & Iffrig, 2014, en annexe), nous avons testé différentes méthodes pour tenir compte des supernovae. Cet article étant le point de départ de toute mon étude à l'échelle du kiloparsec, les prochaines sections décriront en détail la démarche présentée dans l'article, ainsi que les résultats.

6.1 Présentation

6.1.1 Un tour d'horizon

Nous l'avons déjà évoqué, la formation d'étoiles dans une galaxie comme la nôtre est un processus peu efficace par rapport à ce que permet la gravité. On peut dégager trois principales catégories de phénomènes affectant cette efficacité : le champ magnétique (par exemple Shu *et al.*, 1987), la turbulence (Mac Low & Klessen, 2004) et la rétroaction des étoiles (Dale, 2015, et références). Bien que le champ magnétique puisse être relativement intense dans le milieu interstellaire (Crutcher, 2012), son effet n'est probablement pas suffisamment important pour réduire de plusieurs ordres de grandeur le taux de formation d'étoiles. En ce qui concerne la turbulence et la rétroaction, on a probablement affaire à deux facettes d'un même processus ; en effet, la turbulence décline en l'espace de quelques fois

le temps dynamique¹ si elle n'est pas entretenue (Mac Low & Klessen, 2004), or la rétroaction des étoiles est probablement l'une des sources d'énergie pour la turbulence (voir par exemple Hennebelle & Falgarone, 2012).

La nécessité de tenir compte de la rétroaction dans les simulations de formation d'étoiles est maintenant bien établie (par exemple Agertz *et al.*, 2013), mais son impact réel, ainsi que le ou les processus importants, restent à déterminer. En fonction des modèles, il est possible de réduire le taux de formation d'étoiles de facteurs allant de 2 à 30 environ (par exemple Tasker, 2011 ; Hopkins *et al.*, 2011). Les processus de rétroaction traités dans les simulations peuvent différer, entre les jets protostellaires (Li & Nakamura, 2006), les régions H_{II} (Dale *et al.*, 2012, 2013), les vents (Dale *et al.*, 2013), les supernovae (Avillez & Breitschwerdt, 2005 ; Joung & Mac Low, 2006 ; Hill *et al.*, 2012), ou des combinaisons de ceux-ci (notamment Rogers & Pittard, 2013 ; Dale *et al.*, 2014). En utilisant les résultats du chapitre précédent, j'ai donc, avec Patrick Hennebelle, réalisé une étude (Hennebelle & Iffrig, 2014) destinée à mettre en évidence la variabilité par rapport au modèle sous-grille utilisé pour la rétroaction par supernovae. Les résultats de cette étude seront présentés dans la section 6.2.

Nous avons, à la suite de cette étude, choisi le schéma qui nous semblait le plus réaliste (les schémas seront présentés en section 6.1.2), et j'ai réalisé des simulations à haute résolution, afin d'étudier la dynamique d'un milieu interstellaire régulé par les supernovae. Les résultats de ces simulations seront détaillés en section 6.3.

6.1.2 Le modèle numérique

Le contexte numérique est celui que j'ai présenté dans la section 2.3 : j'ai utilisé le code RAMSES MHD, avec la gravité (équation de Poisson et potentiel à grande échelle, chauffage et refroidissement, particules puits). À cette version «standard», j'ai ajouté le schéma de rétroaction par les supernovae que j'ai développé (présenté au chapitre 3). Ce schéma peut s'appliquer pour injecter une supernova à un lieu et un instant donnés, sans contrainte. Il est donc possible de choisir le degré de corrélation voulu entre supernovae et formation d'étoiles. Le domaine simulé est un cube d'un kiloparsec de côté, centré autour du plan galactique.

6.1.2.1 Le modèle de rétroaction

Afin d'étudier la dépendance des résultats de simulation par rapport aux détails du schéma d'injection de supernovae, nous avons effectué des simulations à basse résolution (256^3 cellules, sans maillage adaptatif), qui nous ont permis de faire varier les paramètres. Nous avons donc testé quatre catégories de schémas (les noms utilisés sont les mêmes que dans l'article Hennebelle & Iffrig, 2014).

- A. La fréquence est fixée à la valeur observée pour notre galaxie, soit environ une supernova tous les 50 ans (diminuée proportionnellement à la surface du disque), et la position est choisie aléatoirement, suivant une distribution uniforme dans le plan et gaussienne en altitude (similaire au schéma décrit par Joung & Mac Low, 2006). On n'a donc aucune corrélation, ni spatiale ni temporelle, par rapport à la formation d'étoiles.
- B. La fréquence est fixée comme précédemment, et la position est celle du maximum de densité dans le domaine de simulation. On a donc une relativement bonne corrélation spatiale, mais pas de corrélation temporelle puisque la fréquence est imposée.
- C. Les particules puits sont utilisées pour tracer les zones de formation d'étoiles. À chaque fois qu'une particule puits a accreté plus de $120 M_{\odot}$ de gaz (ce qui correspond approximativement à la

1. Le temps dynamique est défini comme le temps caractéristique du mouvement du gaz. Si L et V sont la taille et la vitesse caractéristiques, le temps dynamique est $\tau_{dyn} = L/V$.

masse nécessaire à la formation d'une étoile de plus de $8 M_{\odot}$), une supernova est déclenchée dans un rayon de 10 pc autour de la particule puits. On a donc une corrélation spatiale et temporelle (mais qui ne tient pas compte de la durée de vie de l'étoile en question).

- D. Identique au schéma précédent, mais la supernova est déclenchée dans un rayon compris entre 10 et 20 pc autour de la particule puits.

Dans les schémas C et D, les supernovae ne sont pas déclenchées à l'endroit précis de la particule puits pour deux raisons principales. La première, numérique, est que les particules puits, dans leur implémentation (voir Krumholz *et al.*, 2004), ont un rayon de quelques cellules, dans lequel la dynamique du gaz n'est pas réaliste, et donc il est raisonnable d'éviter de se placer trop près du centre. La seconde raison est physique : durant les processus de formation d'étoiles, il est possible que les étoiles acquièrent une vitesse de l'ordre de plusieurs kilomètres par seconde, voire plus (voir par exemple Blaauw, 1961; Oh & Kroupa, 2016). On peut donc avoir, durant la formation et la vie de l'étoile, un déplacement de plusieurs parsecs. Il n'est cependant pas possible de prédire précisément cette vitesse, du fait des nombreuses interactions (on peut notamment citer les interactions à N corps dans les amas), d'où ce choix d'un placement aléatoire.

En plus de ces différents schémas, nous avons essayé quelques méthodes d'injection d'énergie : soit sous forme thermique (comme dans le chapitre précédent), soit cinétique. Nous avons aussi effectué quelques cas sans champ magnétique et/ou sans rétroaction. Le reste des conditions initiales est commun à toutes les simulations.

6.1.2.2 Les conditions initiales et les conditions aux limites

Afin d'obtenir des conditions initiales réalistes, nous plaçons initialement un profil de densité gaussien

$$n(z) = n_0 \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{H}\right)^2\right), \quad (6.1)$$

avec comme valeurs typiques $n_0 = 1,5 \text{ cm}^{-3}$ et $H = 150 \text{ pc}$. La température correspond à du gaz chaud, et est fixée à 8000 K. La précision de cette valeur n'est pas primordiale, car les processus de chauffage et de refroidissement assurent un retour rapide vers l'équilibre. Afin de tenir compte des forts contrastes de densité dus à la turbulence, le champ de vitesse initial est généré depuis un champ possédant un spectre de puissance de Kolmogorov (voir section 1.3.3) avec des phases et directions aléatoires. La dispersion initiale de vitesses est fixée à $\sigma = 5 \text{ km s}^{-1}$, la vitesse du son c_s est d'environ $8,9 \text{ km s}^{-1}$. Ces conditions permettent de générer rapidement de la turbulence. À titre de référence, on peut estimer un temps dynamique $\tau_d = H/\sigma \approx 30 \text{ Myr}$, et un temps de traversée des ondes sonores $\tau_s = H/c_s \approx 16,5 \text{ Myr}$.

Notons que nous ne tenons pas compte de la structure complète de la galaxie : nous n'incluons pas la rotation, ni d'éventuels bras spiraux. Outre le fait que tenir compte de ces éléments introduirait des paramètres supplémentaires, la rotation demande d'adapter les conditions aux limites de manière à traiter le cisaillement induit par la vitesse de rotation, qui dépend du rayon.

Le champ magnétique est choisi comme étant initialement dans le plan galactique, et son amplitude est proportionnelle à la densité

$$B(z) = B_0 \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{H}\right)^2\right), \quad (6.2)$$

où $B_0 = 2,5 \mu\text{G}$ comme valeur typique, pour certaines simulations, $B_0 = 0; 0,5; 5$ ou $10 \mu\text{G}$.

Du fait de la structure choisie d'un disque homogène dans le plan et stratifié en altitude, les conditions aux limites sont choisies comme étant périodiques dans les directions parallèles au plan, et de

gradient nul verticalement, ce qui permet de conserver la matière confinée dans le disque, tout en laissant la possibilité au gaz à haute altitude d’être expulsé sans interférer avec le reste. La condition aux limites verticale sur le champ magnétique est adaptée pour imposer $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$.

6.2 La dépendance par rapport au schéma

Afin de comparer les différents schémas de rétroaction par les supernovae présentés précédemment, nous avons réalisé une série de simulations (résumées en table 6.1), dont les résultats principaux seront décrits ici, pour plus de détails voir Hennebelle & Iffrig (2014, disponible en annexe A). Le schéma C étant *a priori* le plus réaliste, nous avons fait varier la résolution (C1b) et le champ magnétique initial (C2, C3). C’est aussi celui qui est utilisé pour les résultats présentés dans la section 6.3.

Nom	B_0 (μG)	Schéma	Résolution
NF1	2,5		256^3
NF2	0		256^3
A	2,5	A	256^3
B	2,5	B	256^3
C1	2,5	C	256^3
D	2,5	D	256^3
C1b	2,5	C	512^3
C2	0	C	256^3
C3	0,5	C	256^3

TABLE 6.1 – Résumé des différentes simulations réalisées. Les notations sont celles de Hennebelle & Iffrig (2014). Dans les simulations NF1 et NF2, la rétroaction est désactivée. La résolution correspond au nombre de cellules utilisées pour mailler le domaine (cube d’un kiloparsec de côté).

6.2.1 Étude qualitative

On peut, dans un premier temps, comparer visuellement les résultats des différentes simulations. L’étude de cartes de densité de colonne nous renseigne notamment sur l’épaisseur du disque (vu par la tranche), et sur les structures qui se forment au sein du gaz (disque vu de face). Visuellement, il est assez clair que les détails du schéma influencent grandement la dynamique du disque galactique simulé (voir aussi Gatto *et al.*, 2015). Comme en témoigne la figure 6.1, les schémas A et D présentent une rétroaction capable de disperser beaucoup de gaz, ce qui se traduit par un disque très épais et irrégulier, alors que les schémas B et C maintiennent un disque relativement régulier, dans lequel se forment des structures sous l’effet de la turbulence et de la gravité.

Après le début de la phase de formation d’étoiles (voir la section suivante pour les détails), on voit sur la figure 6.2 que les schémas A et B ne sont pas capables d’empêcher l’effondrement gravitationnel, et on obtient un disque assez similaire à celui de la simulation NF1, sans rétroaction. Le type de structures filamenteuses que l’on obtient alors est similaire aux constatations d’autres groupes (par exemple Hopkins *et al.*, 2011, figure 2). Il est clair que la rétroaction joue un rôle primordial dans la structure du disque galactique (voir aussi Bournaud *et al.*, 2010 ; Dobbs *et al.*, 2011 ; Hopkins *et al.*, 2011).

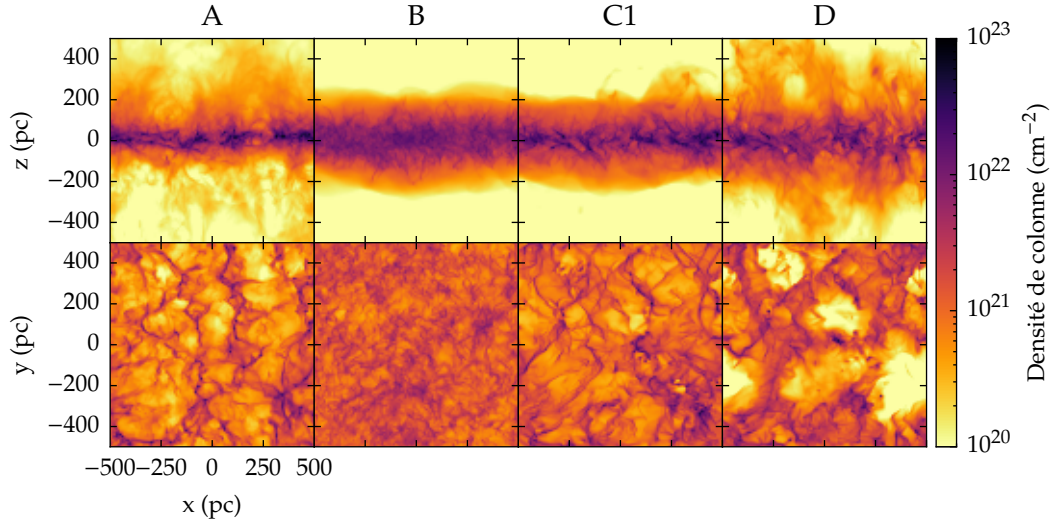


FIGURE 6.1 – Cartes de densité de colonne pour les schémas A, B, C1 et D, au bout de 40 Myr. *Haut* : disque vu par la tranche. *Bas* : disque vu de face.

En plus de la rétroaction, le champ magnétique a lui aussi un impact sur la structure, principalement à petite échelle, du milieu interstellaire. En effet, la pression magnétique s'oppose à la contraction gravitationnelle, ce qui limite la formation de gaz très dense. Cette pression supplémentaire rend aussi le disque galactique un peu plus épais, comme en témoignent les figures 6.3 et 6.4. En plus de cela, le champ magnétique introduit un couplage qui empêche un mélange efficace des différentes phases, et donne donc un milieu présentant moins de structures à très petite échelle (voir par exemple Hennebelle, 2013).

6.2.2 Formation d'étoiles

Afin de quantifier quelque peu l'impact de la rétroaction sur la formation d'étoiles, nous disposons d'un traceur : la masse accrétée par les particules puits. En effet, celles-ci sont créées dans les régions de formation d'étoiles. On peut donc considérer que la masse de ces particules est proportionnelle à la masse d'étoiles formées, même si les détails de la formation de ces étoiles ne sont pas résolus (remarquons notamment qu'une particule puits représente en général plusieurs étoiles). Si l'on considère que toute la masse accrétée par les particules puits intervient dans la formation d'étoiles, il reste un facteur de l'ordre de $1/3$ provenant de la distinction entre la masse des cœurs denses et la masse des étoiles qui s'y forment (Alves *et al.*, 2007).

La figure 6.5 montre l'évolution de la masse totale des particules puits, ainsi que le taux de formation d'étoiles

$$\Sigma_{SFR} = \frac{1}{S} \frac{dM_*}{dt}, \quad (6.3)$$

où $S = 1 \text{ kpc}^2$ est la surface de disque couverte par la boîte de simulation. À titre de comparaison, si on considère que dans une galaxie comme la nôtre, les étoiles se forment dans un rayon de 8 kpc autour du centre, le taux de formation global est approximativement

$$SFR_{gal} \approx (2 M_\odot \text{ yr}^{-1}) \left(\frac{\Sigma_{SFR}}{10^{-2} M_\odot \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^{-2}} \right). \quad (6.4)$$

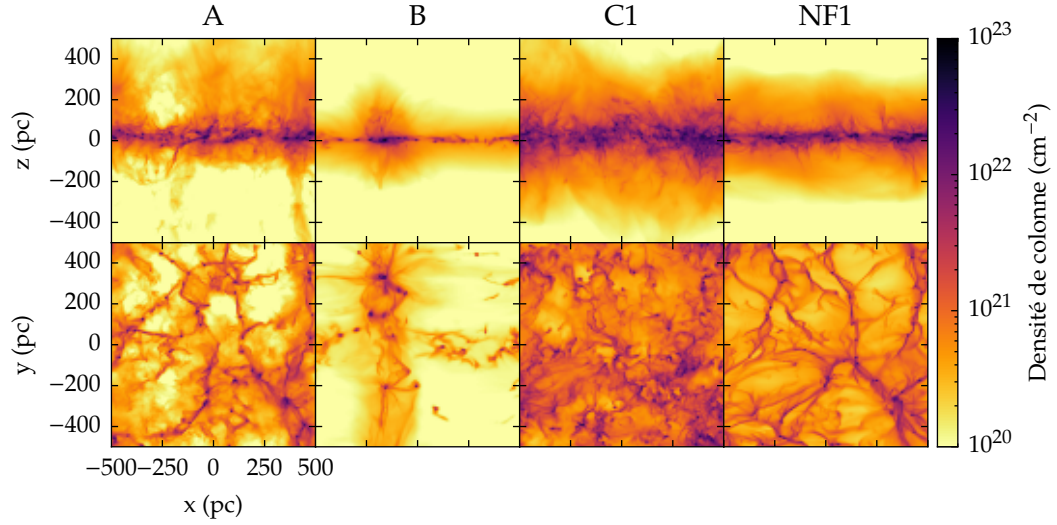


FIGURE 6.2 – Cartes de densité de colonne pour les schémas A, B, C1 et NF1, 40 Myr après le début de la formation d’étoiles (voir figure 6.5). *Haut* : disque vu par la tranche. *Bas* : disque vu de face.

On peut constater que la simulation C1 donne des taux de formations d’étoiles comparables à ce qui est observé (voir section 1.3.1). Cependant, la variabilité reste très grande. Les simulations NF1 et NF2 peuvent servir de référence pour les comparaisons, elles donnent un taux de formation d’étoiles trop élevé par rapport aux observations, comme le laissaient présager les estimations. La décroissance aux temps longs du taux de formation d’étoiles est due à l’épuisement du réservoir de gaz. En effet, la masse de gaz initialement présent dans la simulation est de $1,95 \times 10^7 M_{\odot}$. Cette valeur est rapidement atteinte par les simulations NF1 et NF2, mais aussi A et B. On montre ainsi qu’une rétroaction non (ou faiblement) corrélée aux régions de formation d’étoiles ne suffit pas à empêcher une trop grande efficacité.

Avec le schéma A, la formation d’étoiles est même légèrement plus rapide que sans rétroaction. En effet, le gaz diffus occupe une bonne partie du volume, le rendant donc plus probable comme lieu d’injection de supernovae suivant le schéma A. Ces supernovae ne sont alors pas capables de disperser du gaz dense (comme décrit au chapitre 5), et ont même l’effet inverse de comprimer encore plus ce gaz dense, ce qui favorise la formation d’étoiles. Dans le cas du schéma B, le gaz dense est dispersé de façon très efficace, ce qui entraîne un délai conséquent avant la formation des premières particules puits. Cependant, une fois que cette formation commence, les supernovae ne sont pas capables d’empêcher l’effondrement rapide et on aboutit à un taux de formation d’étoiles comparable à celui des simulations A, NF1 et NF2.

Des supernovae corrélées à l’accrétion (schémas C et D) sont capables de réduire considérablement le taux de formation d’étoiles, qui approche des valeurs réalistes. Cependant, on constate qu’éloigner les supernovae des particules puits (schéma D) augmente le taux de formation d’étoiles d’un facteur de l’ordre de 3. Or il est probable que certaines étoiles explosent à plus de 10 pc de leur lieu de formation (ramenée à une durée de vie de 10 Myr, cette distance correspond à une vitesse moyenne d’environ 1 km s^{-1}). Cette différence entre les schémas C et D donne une idée de la précision que l’on peut espérer obtenir avec un tel modèle. Elle témoigne aussi de la nécessité de maîtriser les détails de la rétroaction, et notamment de l’évolution des étoiles entre leur formation et leur explosion.

On peut, en outre, constater un léger impact du champ magnétique : le taux de formation d’étoiles

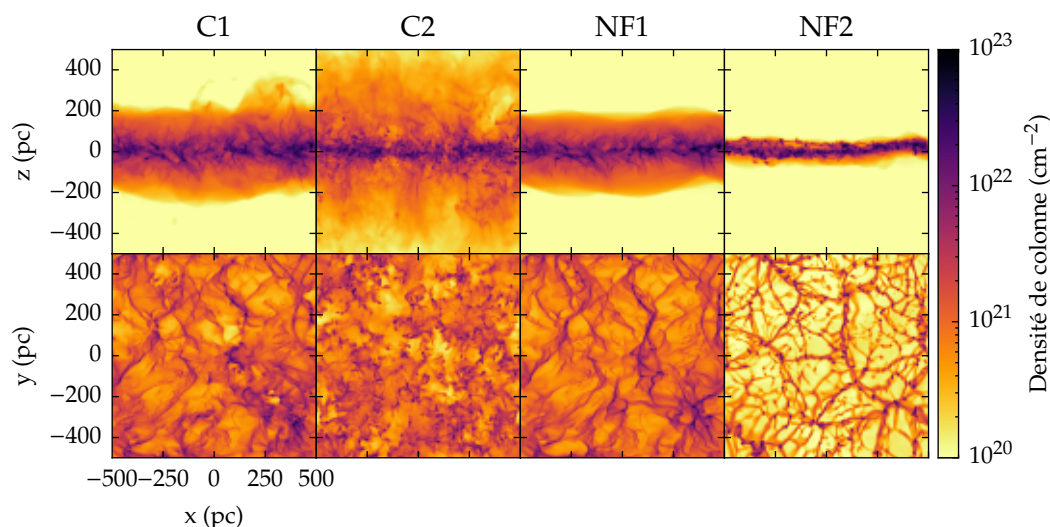


FIGURE 6.3 – Cartes de densité de colonne pour les schémas C1, C2, NF1 et NF2, au bout de 40 Myr. *Première ligne* : disque vu par la tranche. *Deuxième ligne* : disque vu de face.

est initialement plus faible en présence de champ magnétique (figure 6.5 droite, simulations NF1 et C1) que sans (simulations NF2 et C2). Ceci est dû notamment à la pression magnétique qui s’oppose à l’effondrement gravitationnel. On constate aussi un délai de quelques millions d’années. Les taux de formation d’étoiles finissent cependant par se rejoindre autour de valeurs comparables. Un champ magnétique faible (simulation C3) donne déjà des effets visibles sur la formation d’étoiles, car les champs sont assez rapidement amplifiés par les mouvements turbulents.

6.2.3 Structure verticale

Du fait de la géométrie du disque simulé, il est intéressant de se pencher sur l’évolution des différentes variables en fonction de l’altitude. On peut notamment estimer, à l’aide du profil de densité (figure 6.6), l’épaisseur du disque. Cette quantité n’étant pas nécessairement aisée à définir, nous nous contenterons d’une estimation de la largeur à mi-hauteur. On retrouve les résultats déjà évoqués. Les schémas A et D sont capables de disperser beaucoup de gaz hors du disque, alors que les schémas B et C donnent initialement un disque d’une épaisseur de l’ordre de 100 pc, ce qui est légèrement plus faible que les épaisseurs observées pour le gaz moléculaire (environ 120 pc), et un facteur deux en deçà des épaisseurs pour le gaz atomique (environ 230 pc, voir par exemple Ferrière, 2001). Cette différence peut s’expliquer partiellement par la résolution quelque peu grossière utilisée dans ces simulations, on pourra comparer avec les résultats de la section 6.3.

Si l’on laisse les simulations évoluer un peu plus longtemps, on retrouve les résultats déjà obtenus précédemment : les schémas A et B ne sont pas en mesure de contrer efficacement la gravité, et on retrouve des disques très étroits, similaires (voire plus étroit pour le schéma B) à ce que l’on obtient sans rétroaction. Le schéma C quant à lui soutient un disque de l’ordre de 100 pc d’épaisseur. On peut aussi constater que la présence de champ magnétique contribue à épaissir le disque et élargir la distribution verticale de matière du fait du support exercé par la pression magnétique. Ceci sera étudié plus en détail dans la prochaine section.

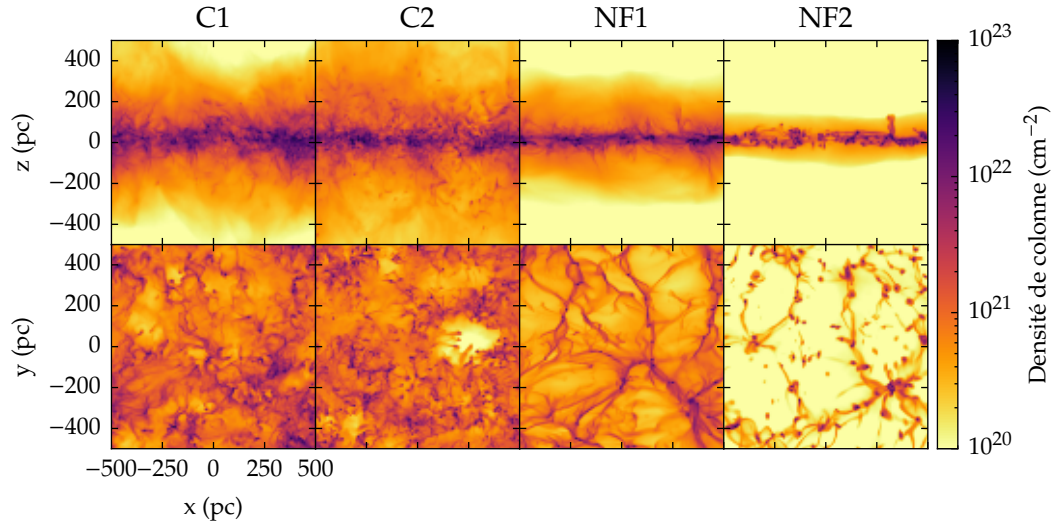


FIGURE 6.4 – Cartes de densité de colonne pour les schémas C1, C2, NF1 et NF2, au bout de 60 Myr. *Première ligne* : disque vu par la tranche. *Deuxième ligne* : disque vu de face.

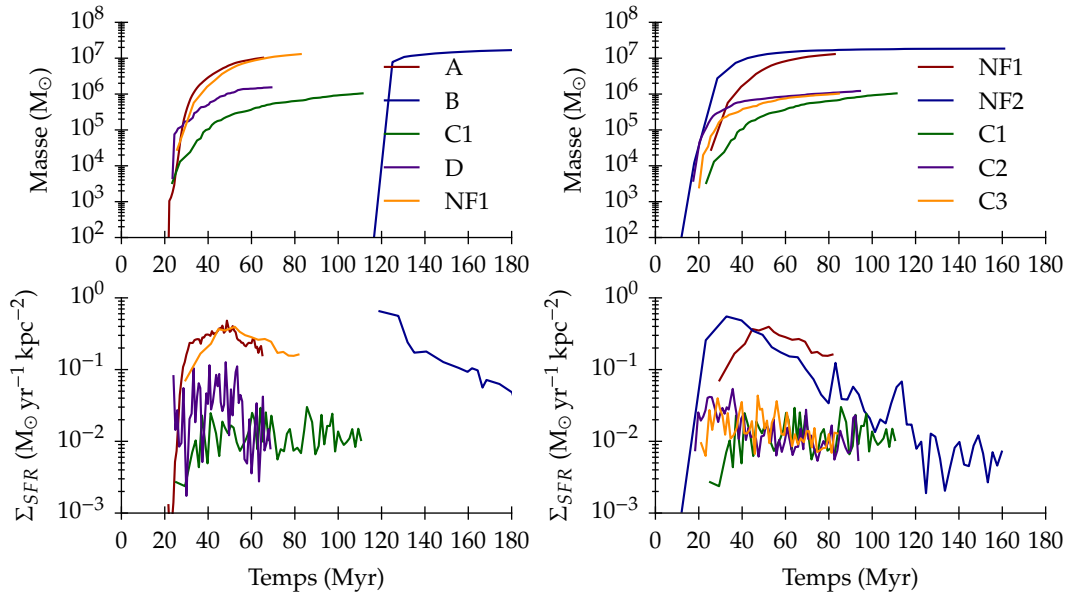


FIGURE 6.5 – Masse des particules puits (*haut*) et taux de formation d'étoiles (*bas*). La masse de gaz initialement présent est de $1,95 \times 10^7 M_{\odot}$. *Gauche* : Influence du schéma. *Droite* : Influence du champ magnétique.

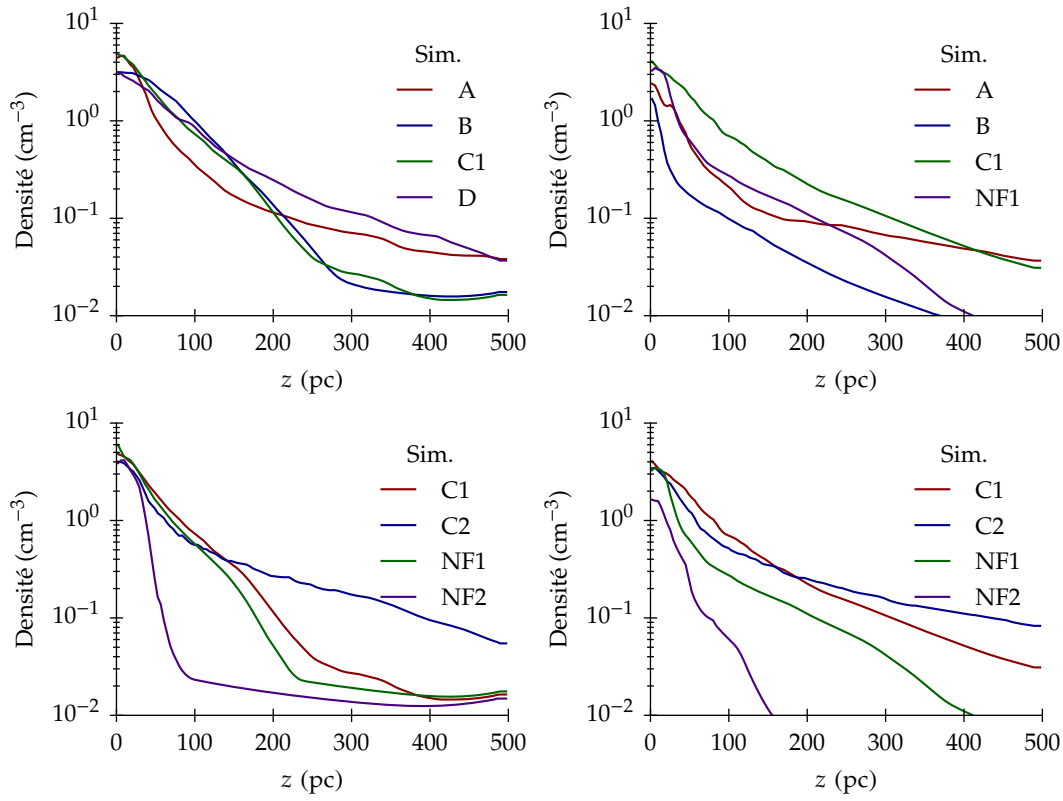


FIGURE 6.6 – Profils de densité pour les différentes simulations. *Première ligne* : Influence du schéma, après 40 Myr de simulation (*gauche*) et 40 Myr après le début de la formation d'étoiles (*droite*). *Deuxième ligne* : Influence du champ magnétique, après 40 Myr (*gauche*) et 60 Myr (*droite*) de simulation.

6.3 La dynamique du milieu interstellaire régulé par les supernovae

Nous avons vu qu'il était primordial de choisir un schéma de rétroaction présentant une corrélation à la fois spatiale et temporelle avec les régions de formation d'étoiles. Malgré les incertitudes qui subsistent (notamment sur le choix de la distance entre particules puits et supernovae), nous avons choisi le schéma C décrit dans la section précédente (et le modèle de la section 3.2) pour des simulations à plus haute résolution. Ces simulations nous permettront d'étudier plus précisément la structure du milieu interstellaire qui y est recréé, en fonction de l'intensité du champ magnétique. Nous avons fait plusieurs simulations, décrites en table 6.2. Les simulations présentant une valeur de p_{SN} faible ont l'avantage d'être moins contraignantes du point de vue du pas de temps (qui est d'autant plus petit que la vitesse du fluide est élevée, ce qui augmente d'un facteur 4 la valeur entre BiW et BiH par exemple), et nous permettent d'isoler quelque peu les effets de la rétroaction. Le code RAMSES permet d'utiliser un maillage adaptatif, mais nous avons fait le choix de ne pas l'utiliser pour éviter des effets de grille : étant donné que nous sommes intéressés par des spectres de puissance, il est primordial de contrôler la dissipation numérique (qui pollue les plus petites échelles). Avec un maillage adaptatif, on aurait une viscosité numérique dépendant de la résolution, de manière peu contrôlée. Il est donc raisonnable de s'en passer, au prix de simulations plus coûteuses en temps de calcul.

Nom	B_0 (μG)	p_{SN} (g cm s^{-1})	Résolution
Bo	0	4×10^{43}	512^3
Bi	2,5	4×10^{43}	512^3
B2	5	4×10^{43}	512^3
B4	10	4×10^{43}	512^3
BoH	0	4×10^{43}	1024^3
BiH	2,5	4×10^{43}	1024^3
BoW	0	10^{43}	1024^3
BiW	2,5	10^{43}	1024^3
B2W	5	10^{43}	1024^3
B4W	10	10^{43}	512^3

TABLE 6.2 – Résumé des différentes simulations réalisées. La résolution correspond au nombre de cellules utilisées pour mailler le domaine (cube d'un kiloparsec de côté).

6.3.1 Étude qualitative

Comme précédemment, nous pouvons commencer par comparer visuellement les résultats des différentes simulations. Des cartes de densité de colonne sont données en figures 6.7 et 6.8. On peut constater qu'une rétroaction plus faible ne change pas significativement la structure globale du disque, même si elle contribue à son élargissement. En ce qui concerne le champ magnétique, on observe un élargissement significatif du disque lorsque son intensité augmente, à cause de la pression magnétique (voir la prochaine section). Cet élargissement permet aussi l'apparition de structures allongées verticalement, probablement sous l'effet de la turbulence (on notera que les lignes de champ magnétique restent relativement horizontales, même à proximité de ces structures).

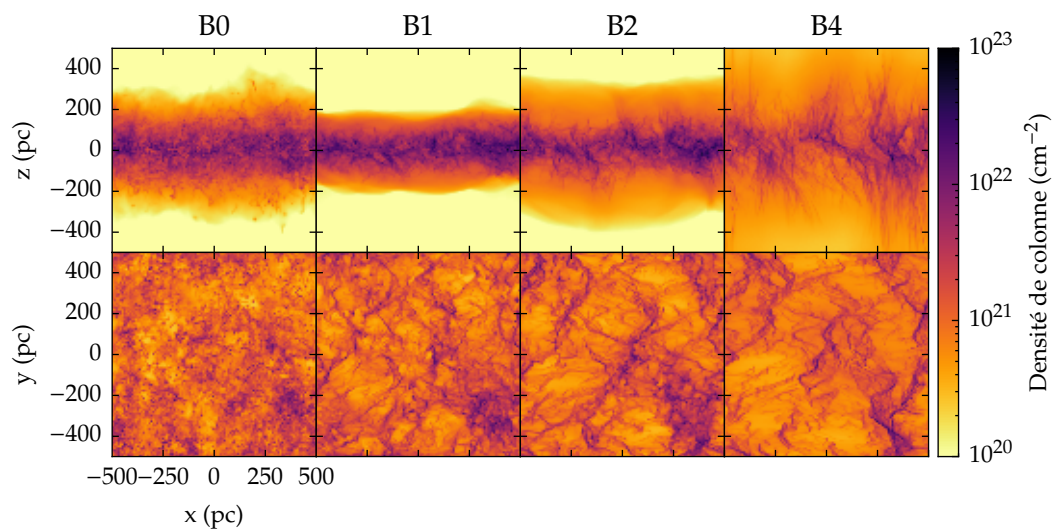


FIGURE 6.7 – Cartes de densité de colonne pour les simulations B0, B1, B2 et B4, après 40 Myr. *Première ligne* : disque vu par la tranche. *Deuxième ligne* : disque vu de face.

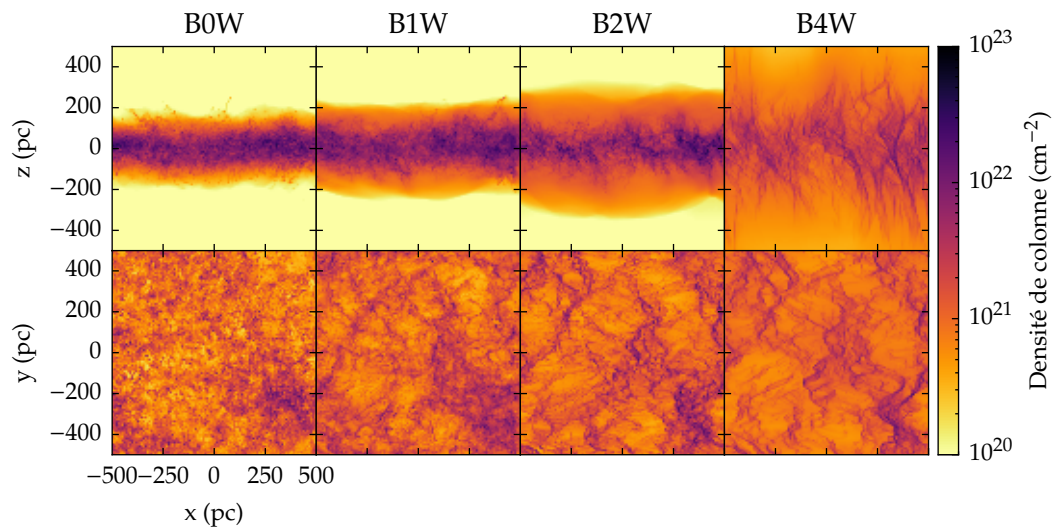


FIGURE 6.8 – Cartes de densité de colonne pour les simulations B0W, B1W, B2W et B4W, après 40 Myr. *Première ligne* : disque vu par la tranche. *Deuxième ligne* : disque vu de face.

En suivant la démarche de Kim & Ostriker (2015b, section 2), on peut écrire l'épaisseur caractéristique du disque $H = \Sigma / (2\rho_0)$ (où Σ est la densité intégrée perpendiculairement au disque et ρ_0 la densité dans le plan équatorial) comme :

$$H = \frac{\sigma_z^2}{\pi G \Sigma} \frac{1 + \mathcal{R}}{1 + \chi}, \quad (6.5)$$

où $\sigma_z^2 = \langle \rho v_z^2 + P \rangle_0 / \rho_0$ traduit la dispersion de vitesse (l'indice 0 signifiant que la moyenne est prise dans le plan équatorial), \mathcal{R} est un paramètre traduisant le support en pression (cinétique, thermique et magnétique), et χ un paramètre traduisant la gravité. On peut réécrire cette hauteur en fonction de ρ_0 plutôt que Σ :

$$H = \frac{\sigma_z}{\sqrt{2\pi G \rho_0}} \left(\frac{1 + \mathcal{R}}{1 + \chi} \right)^{1/2}, \quad (6.6)$$

Si la densité d'étoiles et de matière noire dans le plan équatorial est ρ_{sd} , et si l'accélération gravitationnelle due au potentiel en découle est linéaire en fonction de l'altitude, on a :

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta \Pi_{mag}}{\rho_0 \sigma_z^2}, \quad \chi = \frac{4\zeta_d \rho_{sd}}{\rho_0}, \quad (6.7)$$

où $\Delta \Pi_{mag}$ est la différence de support magnétique $\langle B_x^2 + B_y^2 \rangle / (8\pi)$ entre le plan équatorial et une haute altitude (choisie telle que la densité y soit négligeable), et ζ_d est un paramètre dépendant du potentiel gravitationnel. En considérant un profil de densité gaussien, on a $\zeta_d = 1/\pi$. On peut utiliser le modèle de Hennebelle & Iffrig (2014, équation 10) pour estimer σ_z . En équilibrant la dissipation d'énergie par la turbulence et l'injection par les supernovae, on peut écrire :

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\epsilon \dot{\Sigma}_{sn} E_{sn}}{\rho_0} \right)^{2/3}, \quad (6.8)$$

où ϵ est l'efficacité du transfert d'énergie entre les supernovae et la turbulence, $E_{SN} = 10^{51}$ erg l'énergie d'une supernova, et $\dot{\Sigma}_{sn}$ le nombre de supernovae par unité de temps et de surface (pour un taux de supernova d'une tous les 50 ans dans un disque de 10 kpc de rayon, $\dot{\Sigma}_{sn} \approx 64 \text{ kpc}^{-2} \text{ Myr}^{-1}$). Le facteur $1/3$ vient d'une hypothèse d'équipartition de l'énergie entre les trois composantes σ_x^2 , σ_y^2 et σ_z^2 . On peut alors écrire l'épaisseur du disque

$$H = H_0 \left(\frac{1 + \mathcal{R}}{1 + \chi} \right)^{1/2}, \quad H_0 = \frac{(\epsilon \dot{\Sigma}_{sn} E_{sn})^{1/3}}{\sqrt{6\pi G} \rho_0^{5/6}}, \quad (6.9)$$

ce qui donne

$$H_0 = (393 \text{ pc}) \left(\frac{\epsilon}{0.1} \right)^{1/3} \left(\frac{\dot{\Sigma}_{sn}}{64 \text{ kpc}^{-2} \text{ Myr}^{-1}} \right)^{1/3} \left(\frac{E_{sn}}{10^{51} \text{ erg}} \right)^{1/3} \left(\frac{n_0}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-5/6}. \quad (6.10)$$

Reste à calculer \mathcal{R} et χ . En utilisant l'équation (1.17) avec les valeurs des paramètres donnés dans la section 2.3.1, on obtient $\rho_{sd} = 10^{-23} \text{ g cm}^{-3}$, et donc

$$\chi = 5.5 \left(\frac{n_0}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1}. \quad (6.11)$$

En utilisant la valeur initiale de B_0 pour le champ magnétique dans le plan équatorial, et en négligeant la valeur à haute altitude, on obtient

$$\mathcal{R} = \frac{3B_0^2}{8\pi \rho_0^{1/3} (\epsilon \dot{\Sigma}_{sn} E_{sn})^{2/3}}, \quad (6.12)$$

soit en effectuant l'application numérique

$$\mathcal{R} = 7,3 \times 10^{-2} \left(\frac{B_0}{2,5 \mu\text{G}} \right)^2 \left(\frac{n_0}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/3} \left(\frac{\Sigma_{sn}}{64 \text{ kpc}^{-2} \text{ Myr}^{-1}} \right)^{-2/3} \left(\frac{E_{sn}}{10^{51} \text{ erg}} \right)^{-2/3}. \quad (6.13)$$

En choisissant $n_0 = 2 \text{ cm}^{-3}$ et les autres paramètres à leur valeur typique, on obtient les épaisseurs données en table 6.3. Au vu de la définition de H , la largeur à mi-hauteur vaut

$$\Delta = 4H \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \approx 1,88 H. \quad (6.14)$$

Les valeurs obtenues semblent être en accord avec les visuels de la figure 6.7, sauf pour le cas Bo, où le taux de supernovae est plus important suite à une formation d'étoiles plus rapide (ce point sera détaillé plus loin). L'étude de la structure verticale permettra une comparaison un peu plus précise. On peut toutefois mettre quelques réserves sur le modèle : il se base sur un profil de densité gaussien (bien que la méthode de Kim & Ostriker, 2015b permette des profils arbitraires, tant que l'on peut estimer ζ_d), et nous avons de plus supposé des valeurs pour le taux de supernova et la densité dans le plan équatorial cohérentes avec les observations. On pourrait donc encore améliorer ce modèle à l'aide d'un traitement plus cohérent du milieu, en particulier pour le calcul de σ_z et \mathcal{R} . Notons que le profil de gravité complet n'a pas non plus été utilisé, car sinon ζ_d dépendrait de H de manière non triviale. L'approximation est cependant raisonnable pour $H \lesssim D$ (où D est l'épaisseur du disque stellaire de l'équation 1.17).

Nom	B_0 (μG)	H (pc)	Δ (pc)
Bo	0	59	110
B1	2,5	62	117
B2	5	73	137
B4	10	114	214

TABLE 6.3 – Épaisseurs de disque calculées à l'aide du modèle analytique. $H = \Sigma/(2\rho_0)$ et Δ est la largeur à mi-hauteur qui en découle pour un profil de densité supposé gaussien.

6.3.2 Structure verticale

Comme précédemment, nous pouvons étudier la structure verticale du disque galactique simulé. Les résultats sont similaires à ceux de la simulation C1 de la section précédente (voir figure 6.9) : le disque, initialement épais (la condition initiale a une largeur à mi-hauteur de 350 pc), s'affine par gravité, jusqu'au début de la formation d'étoiles, puis s'étend à nouveau sous l'effet de la rétroaction stellaire. L'épaisseur du disque après le début de la rétroaction est cohérente avec les valeurs calculées en table 6.3, notamment pour les simulations B1, B2 et B4 qui sont respectivement 110 pc, 110 pc et 240 pc. Pour la simulation Bo, l'épaisseur de 160 pc n'est pas cohérente, ceci provient comme nous l'avons déjà évoqué (et comme nous le détaillerons dans la prochaine section) du taux de formation d'étoiles plus élevé qui rend le taux de supernovae plus grand. Les valeurs pour les simulations B1 et B2 sont de l'ordre des valeurs observées pour le gaz moléculaire, et de la moitié de celles pour le gaz atomique (respectivement 120 et 230 pc dans notre galaxie, d'après Ferrière, 2001). Il est difficile de savoir quelle valeur est pertinente puisque les simulations ne tiennent pas compte de la différence entre les deux, mais la valeur

relativement faible par rapport à l'épaisseur observée du gaz atomique peut être conséquence du fait que seules les supernovae sont considérées comme source de rétroaction, en effet, la pression thermique domine lorsque l'on s'éloigne suffisamment du plan équatorial, comme le montre la figure 6.10. Dans la simulation B1, il y a équipartition entre les pressions cinétique et magnétique, alors que cette dernière domine dans les simulations B2 et B4, ce qui confirme une fois de plus l'impact du champ magnétique sur l'épaisseur du disque.

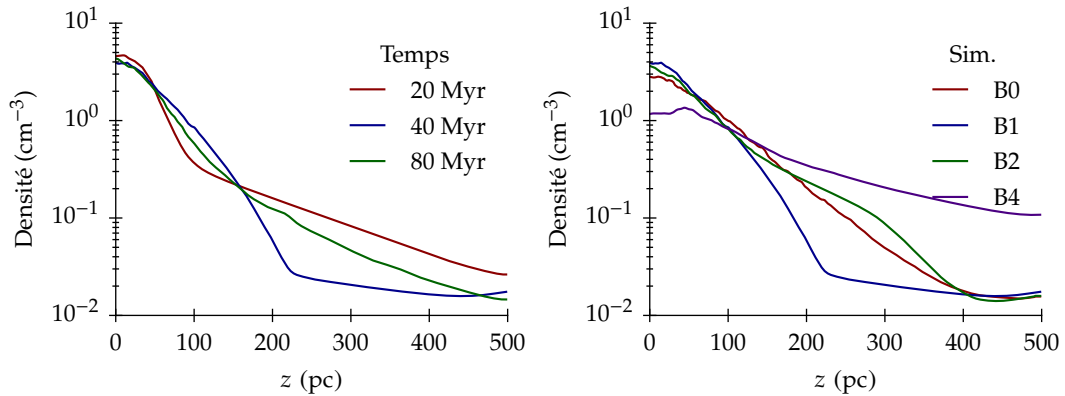


FIGURE 6.9 – Les profils de densité en fonction de l'altitude. *Gauche* : simulation B1 au cours du temps. *Droite* : comparaison des différentes simulations à 40 Myr.

6.3.3 Formation d'étoiles

De la même manière que dans la section précédente, il est possible d'étudier le taux de formation d'étoiles en suivant la masse des particules puits au cours du temps. Les résultats sont présentés en figure 6.11. Il est clair que la quantité de mouvement injectée par les supernovae a un impact sur le taux de formation d'étoiles, qui se voit divisé par un facteur de l'ordre de 4 lorsque l'on multiplie cette quantité de mouvement par un facteur 4. La masse totale des particules puits (approximativement proportionnelle à la masse d'étoiles formées) est elle aussi divisée par 4 environ. En plus de ces effets quantitatifs, on observe aussi un décalage en temps sous l'effet du champ magnétique : les premières particules puits se forment plus tard lorsque le champ magnétique est plus intense, la cause la plus immédiate étant la pression magnétique. La simulation B1H permet de tester quelque peu la convergence des résultats (bien qu'il faudrait la prolonger), et montre un taux de formation d'étoiles légèrement plus élevé au début de la phase de formation, mais qui redevient cohérent avec la valeur de la simulation B1 ensuite.

6.3.4 Propriétés du champ magnétique

Comme nous l'avons vu, le champ magnétique a un impact important, voire déterminant sur la structure et la dynamique du milieu interstellaire dans les simulations. Afin de mieux le caractériser, étudions deux de ses principales propriétés : sa variation en fonction de la densité, et son alignement avec le champ de vitesse. La corrélation avec la densité est importante puisqu'elle influe directement sur les processus où l'on comprime du gaz, comme la formation d'étoiles qui est l'un des problèmes cruciaux dans la physique du milieu interstellaire. En plus de cela, la dynamique est très différente selon que les écoulements se produisent parallèlement ou perpendiculairement aux lignes de champ magnétique.

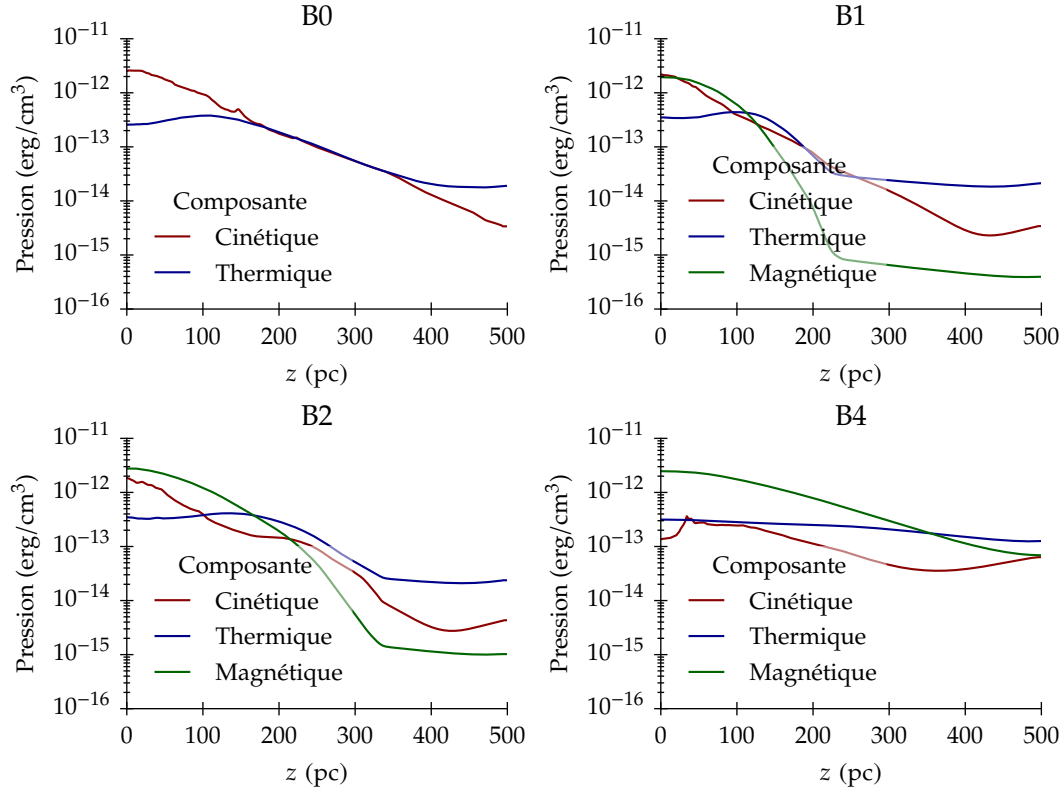


FIGURE 6.10 – Les profils de pression en fonction de l’altitude pour les différentes composantes, à 40 Myr. Dans l’ordre usuel de lecture : simulations B0, B1, B2 et B4.

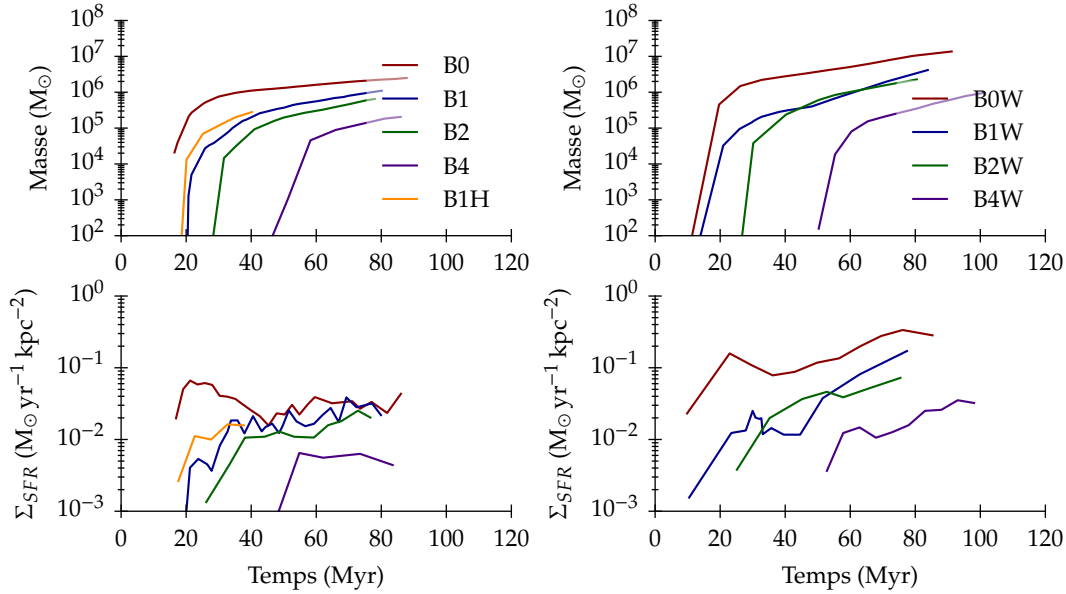


FIGURE 6.11 – Masse des particules puits (*haut*) et taux de formation d’étoiles (*bas*). La masse de gaz initialement présent est de $1,95 \times 10^7 M_{\odot}$. *Gauche* : $p_{SN} = 4 \times 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$. *Droite* : $p_{SN} = 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$.

En effet, la force de Lorentz est nulle pour un écoulement le long des lignes de champ, ce qui facilite grandement celui-ci.

6.3.4.1 Relation densité – champ magnétique

Nous avons vu que le champ magnétique change la distribution en densité du disque, et qu’il a un impact sur la formation d’étoiles. Il est donc intéressant de se pencher sur son intensité en fonction de la densité. Du point de vue observationnel (Crutcher *et al.*, 2010), la relation constatée entre la densité et le champ magnétique est :

$$B \propto \begin{cases} n^0 & \text{si } n \leq n_0, \\ n^\alpha & \text{si } n > n_0, \end{cases} \quad (6.15)$$

avec $\alpha = 0,65 \pm 0,05$ et $n_0 \approx 300 \text{ cm}^{-3}$. Cette variation a été confirmée par les simulations, avec des valeurs de α plutôt de l’ordre de 0,5 (notamment Hennebelle *et al.*, 2008 ; Banerjee *et al.*, 2009). Dans mes simulations, il sera probablement difficile d’observer le changement de pente aux fortes densités (à cause des particules puits, qui empêchent l’existence de régions ayant une densité supérieure à 1000 cm^{-3}), mais le plateau est bien visible aux densités entre 1 et 100 cm^{-3} , comme en témoigne la figure 6.12.

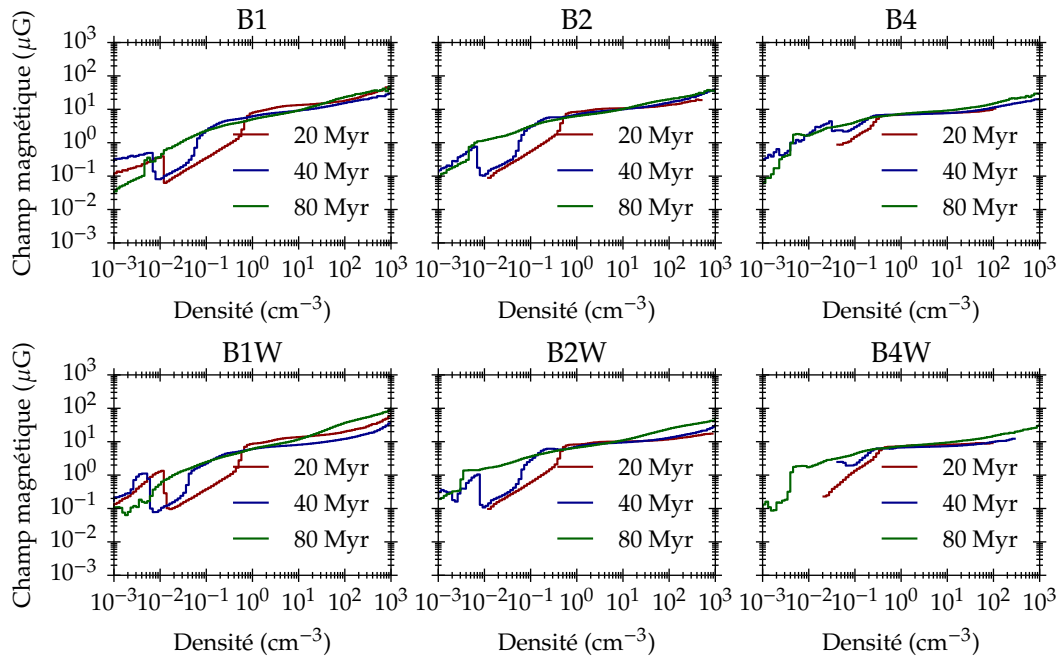


FIGURE 6.12 – Champ magnétique moyen en fonction de la densité. *De gauche à droite* : simulations B1, B2 et B4. *Haut* : rétroaction forte ($p_{SN} = 4 \times 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$). *Bas* : Rétroaction faible ($p_{SN} = 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$).

En comparant les résultats pour différentes valeurs du champ magnétique initial, on peut observer principalement trois choses.

1. Quelle que soit cette valeur, le plateau se situe à un champ magnétique entre 5 et $10 \mu\text{G}$. Ceci est cohérent avec les observations, qui donnent des valeurs de l’ordre de $5 \mu\text{G}$ (Heiles & Troland, 2005). Cela peut témoigner d’un équilibre qui s’établit entre la pression magnétique et la

gravité, les compressions perpendiculairement aux lignes de champ ayant tendance à augmenter l'intensité du champ magnétique.

2. Une légère pente persiste au niveau du plateau, et est d'autant plus forte que le champ est faible, ce qui s'explique par une transition entre une turbulence sub-alfvénique (à B fort), où l'intensité du champ magnétique est globalement indépendante de la densité, et une turbulence super-alfvénique, où densité et champ magnétique sont corrélés (Passot & Vázquez-Semadeni, 2003).
3. À faible densité, on observe à nouveau une variation du champ magnétique avec la densité. On peut expliquer cela par une nouvelle transition vers un régime super-alfvénique, car une partie du gaz diffus est créée par la rétroaction (ce qui peut aussi expliquer le «lissage» progressif au cours du temps) : les supernovae créent des cavités peu denses où le champ magnétique est dilué, mais où la vitesse est grande.

6.3.4.2 Alignement de la vitesse et du champ magnétique

Un résultat bien connu dans les simulations de turbulence magnétohydrodynamique (Boldyrev, 2006 ; Matthaeus *et al.* , 2008 ; Banerjee *et al.* , 2009) est l'alignement spontané du champ de vitesse et du champ magnétique. Cet alignement est primordial en astrophysique, car il pourrait favoriser la formation d'étoiles par flots convergents (Inoue & Inutsuka, 2008, 2009). Autant cet effet est observé dans les simulations de turbulence incompressible comme compressible, autant l'impact d'autres processus comme la gravité ou la rétroaction n'est pas clair. J'ai donc étudié la distribution de l'angle entre le champ de vitesse et le champ magnétique, défini de la manière suivante :

$$\cos(\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}}{\|\vec{v}\| \|\vec{B}\|}. \quad (6.16)$$

Notons que si les champs n'ont pas de direction privilégiée l'un par rapport à l'autre, la distribution de ce cosinus est uniforme.

On observe sur la figure 6.13 que l'on a effectivement un alignement, avec des contrastes d'autant plus forts que le champ magnétique est élevé, mais aussi que la rétroaction a pour effet de briser cet alignement, comme en témoigne la comparaison des simulations B4 et B4W (voir aussi Passot *et al.* , 1995). L'énergie cinétique des restes de supernova est suffisante pour entretenir une propagation perpendiculaire aux lignes de champ (qui sont alors parallèles à la coquille du reste de supernova, voir figure B.1). Pour des mouvements possédant moins d'énergie cinétique (ligne du bas de la figure 6.13), la force de Lorentz confine efficacement le mouvement le long des lignes de champ magnétique, du moins dans un premier temps. Une fois que la formation d'étoiles (et donc la rétroaction) a démarré, on observe un désalignement, or la formation d'étoiles est retardée par un fort champ magnétique, comme nous l'avons vu précédemment. On constate aussi aux temps courts une tendance vers des champs décorrélés, voire perpendiculaires dans la simulation B4. L'étude de l'alignement en fonction de l'altitude, présentée en figure 6.14, montre que les régions où les champs sont majoritairement alignés se situent à haute altitude. À plus basse altitude, la tendance est plutôt en faveur des champs perpendiculaires, ce qui se voit très clairement dans le cas B4 à fort champ magnétique initial, même si la distribution se lisse au cours du temps (du fait de la rétroaction).

6.3.5 Propriétés de la turbulence

La turbulence est omniprésente dans le milieu interstellaire, et ses implications sont multiples : redistribution de l'énergie, formation de structures, distributions de vitesse et de champ magnétique complexes, etc. Cette turbulence est à la fois hautement compressible, et magnétisée. Nous allons nous

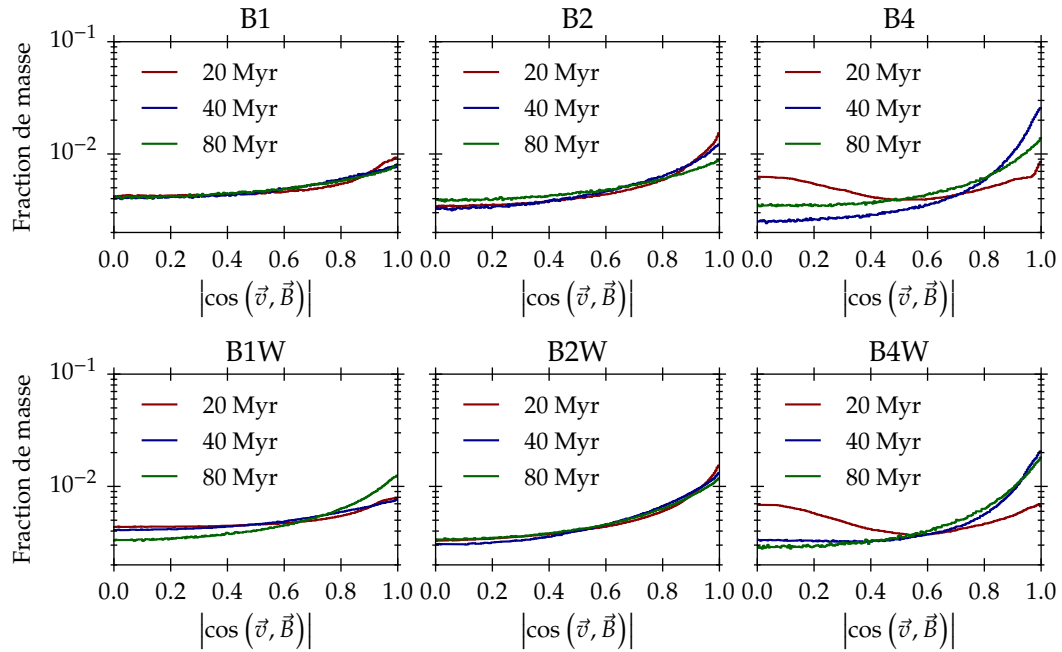


FIGURE 6.13 – La distribution de l’angle entre le champ de vitesse et le champ magnétique. *De gauche à droite* : simulations B1, B2 et B4. *Haut* : rétroaction forte ($p_{SN} = 4 \times 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$). *Bas* : Rétroaction faible ($p_{SN} = 10^{43} \text{ g cm s}^{-1}$).

pencher sur deux types de grandeurs, que nous avons déjà présentées dans la section 1.3.3 : la distribution de densité et les spectres de puissance. En particulier, nous allons étudier les spectres de puissance de différentes variables, mais aussi à trois, puis deux dimensions du fait de la stratification en altitude du disque galactique simulé.

6.3.5.1 Distribution de densité

Les modèles de turbulence interstellaire (notamment Kritsuk *et al.*, 2011) trouvent une distribution en densité log-normale, à laquelle se substitue une loi de puissance aux densités les plus hautes du fait de la gravité. Cependant, ces études sont souvent faites à relativement petite échelle (domaine de 5 pc pour Kritsuk *et al.*, 2011), et la résolution permet d’atteindre de très fortes densités. Dans les simulations présentées ici, la résolution grossière (par rapport aux échelles des structures gravitationnelles) impose l’emploi de particules puits, qui ont pour effet de tronquer la distribution en densité au-delà de 1000 cm^{-3} . En plus de ce biais numérique, la stratification et la rétroaction risquent de perturber le gaz diffus, qui n’est plus conséquence des seuls mouvements turbulents, mais est alimenté par les supernovae.

Les distributions de densité des différentes simulations sont représentées en figure 6.15. On a un relativement bon accord avec une loi log-normale pour des densités entre 1 et 100 cm^{-3} . De même, on trouve une loi de puissance aux densités supérieures à 100 cm^{-3} , avec une puissance compatible avec le modèle $dM \propto \rho^{-3/2} d\rho$ (voir section 1.3.3) dans le cas des simulations B1, B2 et B4 (respectivement $-1,49$; $-1,62$ et $-1,53$), alors que dans la simulation B0, la pente est plus faible ($-1,14$). Comme attendu, la partie à basse densité ne suit pas une distribution log-normale, probablement du fait de la rétroaction et de la structure du disque. Le creux visible vers 1 cm^{-3} provient de l’instabilité thermique (voir sec-

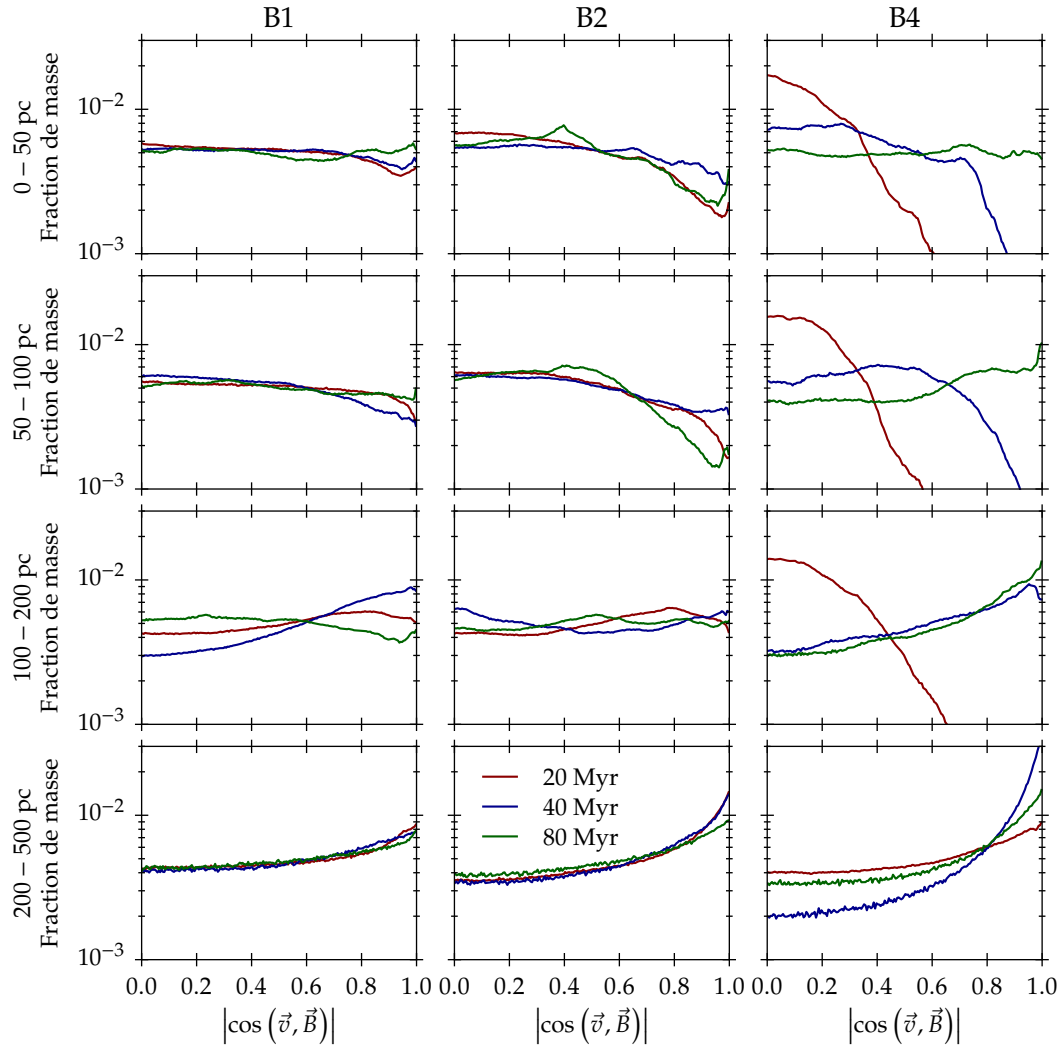


FIGURE 6.14 – Distribution de l'angle entre la vitesse et le champ magnétique en fonction de l'altitude. L'ordonnée donne la fraction de la masse totale dans chaque intervalle de valeurs de $|\cos(\vec{v}, \vec{B})|$ (200 intervalles de même largeur). De gauche à droite : simulations B1, B2 et B4. De haut en bas : $|z| < 50$ pc, $50 \text{ pc} \leq |z| < 100$ pc, $100 \text{ pc} \leq |z| < 200$ pc, $|z| \geq 200$ pc.

tion 1.2.4). On peut aussi noter l'impact du champ magnétique, qui réduit les contrastes de densité, ce qui se traduit par un resserrement de la distribution (voir aussi Molina *et al.*, 2012).

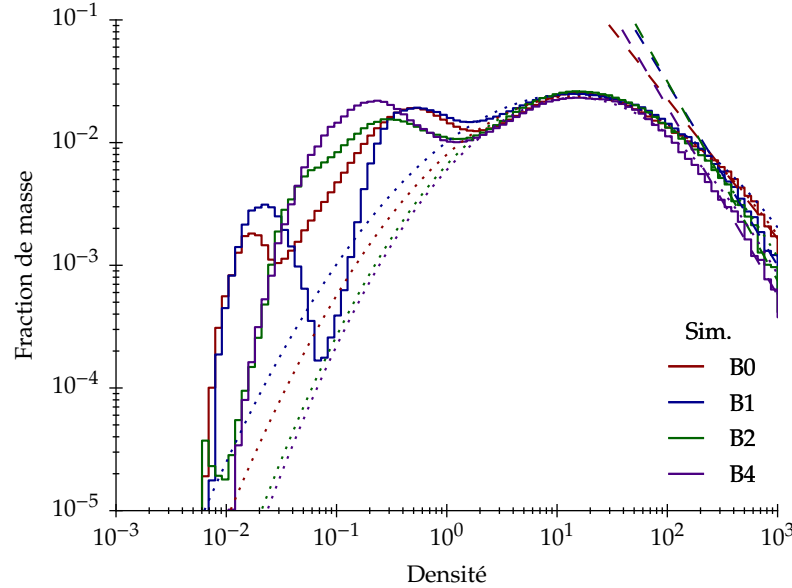


FIGURE 6.15 – Distributions de densité 30 Myr après le début de la formation d'étoiles. Les lignes en pointillés correspondent à une loi log-normale ajustée aux densités comprises entre 1 et 100 cm^{-3} ; celles en tirets correspondent à une loi de puissance ajustée aux densités supérieures à 100 cm^{-3} .

6.3.5.2 Spectres de puissance tridimensionnels

En plus de la distribution de densité, la résolution uniforme et relativement élevée des simulations nous permettent d'estimer le spectre de puissance de la turbulence générée. La méthode est celle décrite dans la section 4.2. Notons immédiatement que les valeurs de k supérieures à (environ) $64k_{min}$ (où $k_{min} = 2\pi/L$ avec $L = 1 \text{ kpc}$ la taille de la boîte de simulation) sont affectées par la diffusion numérique ; la cascade irait probablement plus loin si nous avions une meilleure résolution. Par conséquent, il sera aussi assez difficile de donner des valeurs précises d'exposants, puisque l'on est aussi limité par les grandes échelles, où le comportement est affecté par la stratification et les supernovae, ce qui restreint le domaine exploitable à $10 < k/k_{min} < 64$ environ. Dans ce domaine, on peut en effet mettre en évidence un régime de cascade turbulent. Au vu de la plage restreinte de valeurs disponibles, il est assez difficile de donner des exposants précis.

La figure 6.16 montre les spectres de puissance de la densité, de la vitesse, de la vitesse pondérée par la densité et du champ magnétique. Pour le spectre de la densité, on a un accord remarquable entre les simulations avec champ magnétique (B1, B2 et B4) et le modèle de Fleck (1996) à $\alpha = 1/6$, soit une dimension fractale des structures $D = 2,5$. Le cas sans champ magnétique correspondrait à une valeur de $\alpha = 0,26$, plus grande que la précédente (témoignant donc d'une compression plus proche de l'isotropie), et dimension fractale légèrement plus faible $D = 2,23$.

En ce qui concerne la vitesse, on a un accord raisonnable avec les spectres en $k^{-7/2}$ (modèle d'Iroshnikov et Kraichnan) ou $k^{-11/3}$ (Kolmogorov) pour les cas avec champ magnétique, mais pour la simulation B0, l'exposant est plus proche de $-10/3$ (notons que la différence est très faible, donc cette estimation

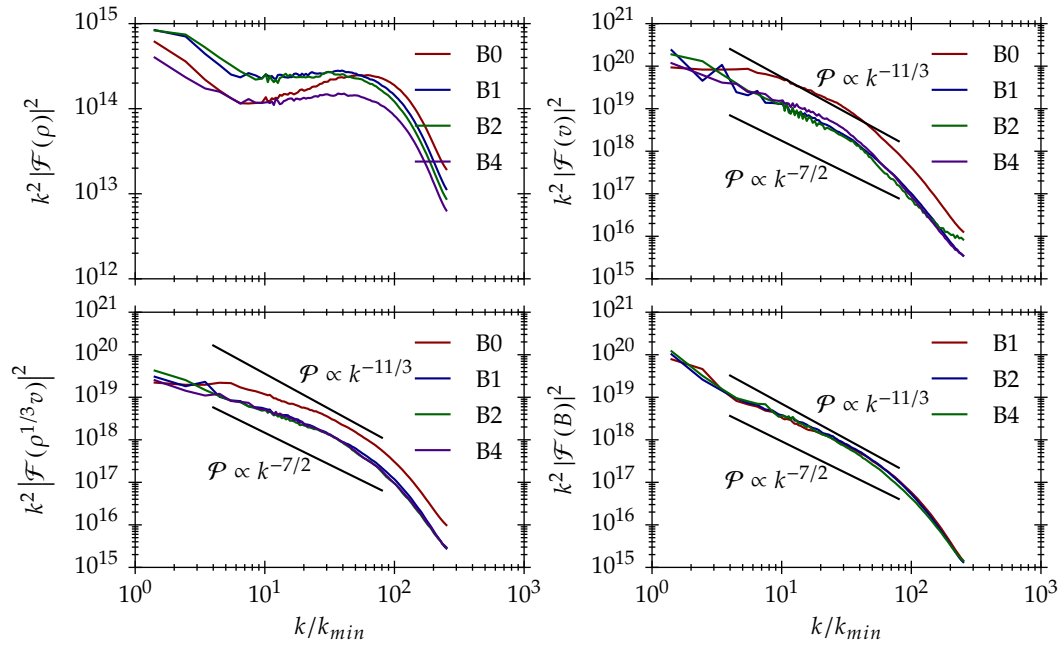


FIGURE 6.16 – Spectres de puissance tridimensionnels 30 Myr après le début de la formation d'étoiles. Dans l'ordre usuel de lecture : densité, vitesse, vitesse pondérée par la densité ($\rho^{1/3}v$) et champ magnétique. Les unités en ordonnée sont arbitraires.

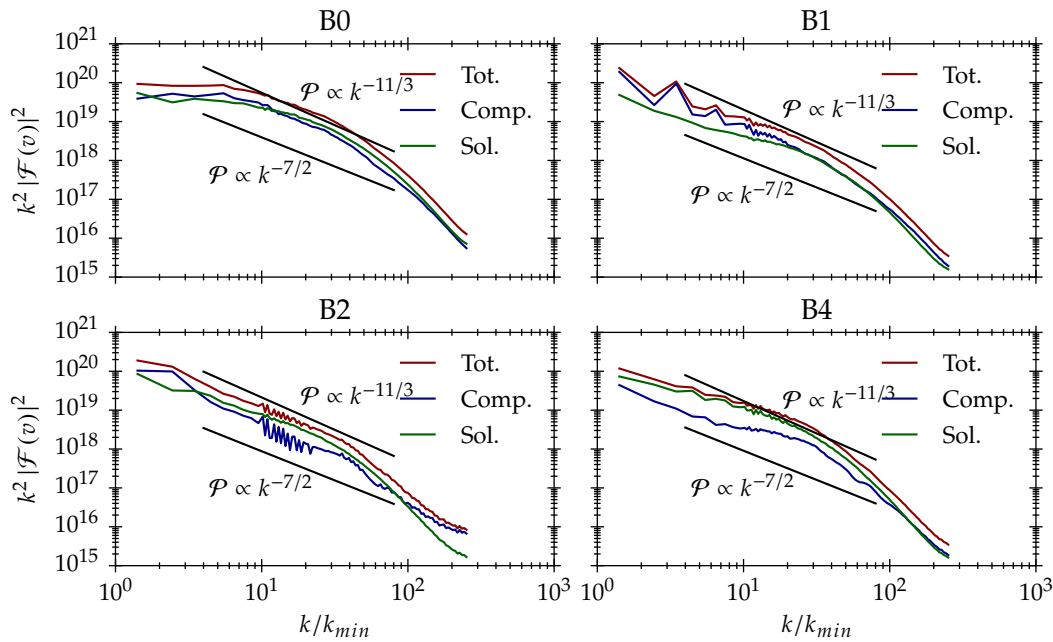


FIGURE 6.17 – Spectres de puissance tridimensionnels de la vitesse en décomposition de Helmholtz, 30 Myr après le début de la formation d'étoiles. Les unités en ordonnée sont arbitraires.

reste très grossière). On observe aussi un exposant de l'ordre de $-10/3$ (pente légèrement moins raide que le spectre de Kolmogorov) pour le champ magnétique, et de l'ordre de -3 pour la vitesse pondérée par la densité (pour laquelle on s'attendrait plutôt à des valeurs de l'ordre de $-3,5$ à -4 selon le modèle). Ceci laisse présager que la structure stratifiée en altitude du disque galactique induit des comportements fortement anisotropes de la turbulence, que nous étudierons plus loin à l'aide de spectres bidimensionnels.

La figure 6.17 montre la décomposition de Helmholtz de la vitesse. Cette décomposition est importante, car les simulations de formation d'étoiles avec forçage turbulent (Federrath & Klessen, 2012) ont montré que le taux de formation d'étoiles pouvait varier d'un ordre de grandeur entre un forçage purement solénoïdal (taux de formation d'étoiles faible), un mélange de modes compressifs et solénoïdaux, et un forçage purement compressif (taux de formation d'étoiles élevé). On pourrait s'attendre à une équipartition entre les modes solénoïdaux et compressifs, ce qui se traduirait par un rapport $\mathcal{P}_{sol}/\mathcal{P}_{comp} \approx 2$ (les modes compressifs n'ont qu'une composante, alors que les modes solénoïdaux en ont deux). En l'absence de champ magnétique, les modes compressibles sont en excès d'un facteur 2 (ce qui se traduit par $\mathcal{P}_{sol} \approx \mathcal{P}_{comp}$), mais les modes solénoïdaux tendent à être favorisés en présence d'un fort champ magnétique (ce qui confirme le fait que le champ magnétique limite la formation d'étoiles).

Dans la simulation B1, les modes compressifs l'emportent à grande échelle (probablement du fait de la rétroaction par supernovae, qui éjecte de la matière du disque). Notons au passage que les oscillations visibles notamment sur le spectre de la simulation B2 pourraient être les traces de la rétroaction par les supernovae (voir Padoan *et al.*, 2016). Pour un champ magnétique plus élevé, les modes solénoïdaux sont plus importants (et dominant significativement dans la simulation B4). C'est probablement une conséquence de la force de Lorentz plus importante, qui est source de vorticité (la vorticité étant la rotationnel de la vitesse, elle dépend uniquement de la composante solénoïdale de celle-ci).

Ces résultats présentent des différences significatives avec les travaux récents de (Padoan *et al.*, 2016), qui trouvent $\mathcal{P}_{sol} \propto k^{-3,31}$ et $\mathcal{P}_{comp} \propto k^{-3,98}$ (ce qui, pour les modes compressifs, ressemble fortement à une turbulence de Burgers, qui correspond à un fluide sans gradient de pression, voir par exemple Bouchaud *et al.*, 1995). Une différence majeure est le schéma de rétroaction par supernovae : ils utilisent une distribution aléatoire, ce qui correspond au schéma A dans l'étude présentée en section 6.2, qui fait que les supernovae sont injectées préférentiellement dans le gaz diffus. Par conséquent, il n'est pas étonnant d'avoir un spectre des modes compressifs aussi raide, puisque la pression dans le gaz diffus est, du moins au voisinage de l'équilibre, bien plus faible que celle dans le gaz dense (voir figure B.2). Le spectre de puissance des modes solénoïdaux est assez proche de celui que nous observons, un peu moins raide que le modèle de Kolmogorov. Un autre biais à prendre en compte est la résolution de leur simulation. Alors que nous avons fait le choix d'une grille uniforme, ils utilisent un maillage adaptatif avec une grille de base 128^3 , ce qui implique aussi que la diffusion numérique affecte une part significative du spectre, pouvant aussi expliquer cette pente très raide sur les modes compressifs qui concernent comme nous l'avons vu plutôt le gaz diffus (leurs critères de raffinement étant la densité, les gradients de densité et les gradients de pression, or des bulles de gaz diffus ne possèdent potentiellement pas de fortes valeurs de ces quantités). Notons enfin que leur boîte de simulation a une taille de 250 pc sans stratification en altitude, contrairement à mes simulations qui partent d'un milieu stratifié, et que nous allons maintenant étudier sous cet angle.

6.3.5.3 Spectres de puissance bidimensionnels

Dans ces simulations, il existe cependant une forte inhomog  nit   du fait de la stratification en altitude. En fonction de cette altitude, le gaz peut se trouver dans des conditions très différentes : densité, température, direction du champ magnétique... Par conséquent, il est difficile d'interpréter les spectres

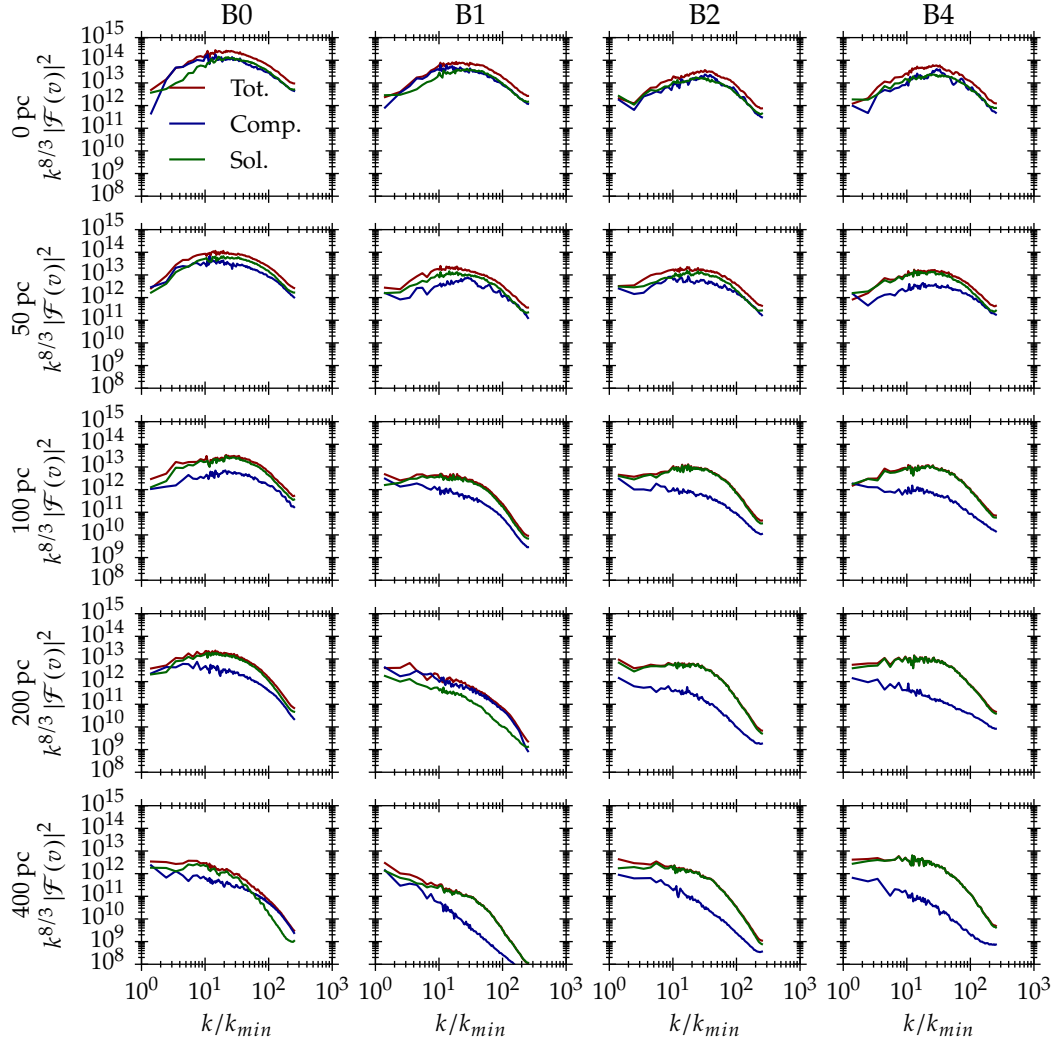


FIGURE 6.18 – Spectres de puissance bidimensionnels de la vitesse en décomposition de Helmholtz, 30 Myr après le début de la formation d'étoiles. Les unités en ordonnée sont arbitraires. *De haut en bas* : altitude 0, 50, 100, 200 et 400 pc au-dessus du plan équatorial. *De gauche à droite* : simulations B0, B1, B2 et B4.

tridimensionnels. J'ai donc réalisé des spectres bidimensionnels en me plaçant à altitude fixée.

Il est intéressant de se pencher sur la répartition des modes compressifs et solénoïdaux en fonction de l'altitude, qui est présentée en figure 6.18. La première chose que l'on peut constater est la relative égalité entre modes compressifs et solénoïdaux dans le plan équatorial (alors que l'on pourrait s'attendre à une équipartition, c'est-à-dire deux fois plus d'énergie dans les modes solénoïdaux). Ceci implique à la lumière de Federrath & Klessen (2012) que la turbulence n'est pas dans le mode le plus efficace pour former des étoiles (l'idéal étant une turbulence purement compressible). Lorsque l'on s'éloigne de ce plan, on constate que les modes solénoïdaux l'emportent, y compris en l'absence de champ magnétique. Dans la simulation B1, on constate pourtant qu'à 200 pc, les modes compressifs dominent, ce qui témoigne soit de l'effet de la rétroaction, soit de la gravité ; cet effet n'est pas visible en champ plus fort, lorsque la force de Lorentz confine plus efficacement les mouvements le long des lignes de champ magnétique. D'un point de vue global, les spectres de puissance montrent un accord approximatif avec des spectres bidimensionnels ($k^{-8/3}$ pour le modèle de Kolmogorov, mais compatible aussi avec d'autres valeurs), bien que les modes compressifs tendent à se rapprocher de spectres tridimensionnels $k^{-11/3}$ à haute altitude dans les simulations avec champ magnétique.

6.3.6 Formation de structures

L'une des conséquences de la turbulence (conjointement à la gravité et l'instabilité thermique) est l'apparition de forts contrastes de densité, et donc de structures au sein du milieu interstellaire. À l'aide de l'algorithme présenté à la section 4.3, il est possible de localiser des régions denses et d'étudier la distribution statistique de leurs masses, tailles, etc., et l'on pourra notamment les comparer aux lois d'échelle dites de Larson (Larson, 1981). La loi emblématique dans l'étude des structures est celle reliant la dispersion de vitesse (l'écart-type de la distribution des vitesses) à la taille des structures, conséquence de la turbulence et de la gravité. La loi empirique, bien vérifiée par les observations sur de nombreux ordres de grandeur, est :

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{L}{1 \text{ pc}} \right)^\alpha, \quad (6.17)$$

avec $\alpha = 0,38$ et $\sigma_0 = 1,1 \text{ km s}^{-1}$ dans l'article original de Larson. Les observations (voir par exemple Falgarone *et al.*, 2009) et les simulations récentes s'accorderaient plutôt sur $\alpha = 0,5$. La dispersion autour de ces valeurs reste cependant relativement grande, de l'ordre d'un facteur 10 (Hennebelle & Falgarone, 2012). Une autre quantité sur laquelle on peut se pencher est la masse des structures. Larson (1981) la relie à la dispersion de vitesse, mais il peut être plus simple de l'exprimer en fonction de la taille :

$$M = M_0 \left(\frac{L}{1 \text{ pc}} \right)^\beta, \quad (6.18)$$

avec par exemple $M_0 = (228 \pm 18) M_\odot$ et $\beta = 2,36 \pm 0,04$ (Roman-Duval *et al.*, 2010). La masse d'une structure reste cependant une observable difficile à mesurer, puisqu'elle dépend de la définition que l'on donne. De plus, on observe souvent différentes composantes du milieu interstellaire, ce qui ajoute une variabilité : les structures ne seront pas les mêmes selon que l'on trace uniquement le gaz moléculaire, ou tout le gaz. Il est toutefois intéressant de se pencher sur l'exposant de la loi de puissance, qui peut s'interpréter comme la dimension fractale des structures.

Du point de vue numérique, nous pouvons immédiatement noter certains biais, visibles sur les figures 6.19 et 6.20. Tout d'abord, la taille des structures a une borne inférieure donnée par la taille des cellules de la simulation, de plus les plus petites échelles sont sensibles à la diffusion numérique, qui risque notamment de réduire artificiellement la dispersion de vitesse pour les petites structures. La distribution de masse possède elle aussi une borne inférieure due à la résolution limitée, au seuil de

densité utilisé, et au seuil de 20 cellules minimum que j'ai fixé pour la taille des structures représentées dans la figure 6.19 (afin d'éviter une trop grande pollution par des effets de grille), on peut donner la valeur seuil :

$$M_{min} = n_{min} \mu m_H N_{min} (\Delta x)^3, \quad (6.19)$$

où $n_{min} = 50 \text{ cm}^{-3}$ est le seuil en densité, $N_{min} = 20$ est le nombre minimal de cellules d'une structure et Δx est la taille d'une cellule. Pour les simulations à 512^3 cellules, on a $M_{min} = 256 M_\odot$, et pour les simulations à 1024^3 cellules, $M_{min} = 32 M_\odot$.

La figure 6.19 montre les différentes statistiques que nous venons de décrire. Pour la relation entre la masse et la taille, si l'on omet l'écart sur M_0 (qui est de toute manière dépendant de la définition que l'on fait de la structure), la variation en fonction de la taille montre un bon accord avec l'exposant donné précédemment. On constate que l'absence de champ magnétique crée un léger biais favorisant des structures massives de petite taille, ce qui corrobore une formation d'étoiles plus efficace. Ceci peut s'expliquer par la pression magnétique, qui s'oppose à la contraction gravitationnelle de ces structures.

En ce qui concerne la relation entre la taille et la dispersion de vitesse, la dispersion des valeurs est très large (mais reste de l'ordre de la dispersion observée), et on ne peut identifier qu'une tendance qui semble être en accord avec la loi de Larson correspondante. On notera tout de même que malgré le bon accord sur la normalisation σ_0 dans la simulation BoW, la valeur observée décroît lorsque l'on augmente l'intensité du champ magnétique. Ceci peut s'expliquer par deux effets. Premièrement, la force de tension magnétique rend les mouvements plus cohérents : plus le champ magnétique est intense, plus il est difficile de courber les lignes de champ, ce qui réduit alors la dispersion de vitesse. Deuxièmement, nous avons déjà vu que le champ magnétique réduit l'efficacité de la formation d'étoiles. Par conséquent, les sources de rétroaction sont moins nombreuses, et donc l'énergie injectée est plus faible, ce qui se traduit par moins d'énergie cinétique, et donc moins de dispersion de vitesse. On ne constate pas de différence significative en comparant les statistiques des simulations à rétroaction forte et celles à rétroaction faible, contrairement à ce que l'on pourrait attendre. Ceci peut s'expliquer notamment par l'équilibre entre formation de structures (et donc d'étoiles) et rétroaction : si la rétroaction est plus forte, moins d'étoiles se forment, ce qui implique moins de supernovae, donc moins d'énergie injectée au total dans la cascade turbulente (dont témoigne la dispersion de vitesse).

Il est aussi possible de se pencher sur les spectres de masse des structures formées. On observe sur la figure 6.20 un bon accord avec une loi de puissance pour les masses les plus élevées (rappelons que les cellules de faibles masse sont sous-représentées à cause du seuil en densité). Du point de vue des observations, les nuages moléculaires (ou plus précisément les structures connexes de CO) ont un spectre de masse qui obéit à une loi de puissance sur de nombreux ordres de grandeur en masse :

$$M \frac{dN}{dM} \propto M^{-\gamma}, \quad (6.20)$$

où $\gamma = 0,83$ pour $10^3 M_\odot < M < 2 \times 10^6 M_\odot$ (Solomon *et al.*, 1987), $0,80$ pour $500 M_\odot < M < 10^6 M_\odot$ (Heyer *et al.*, 2001) ou encore $0,84$ pour $10^{-3} M_\odot < M < 50 M_\odot$ (Heithausen *et al.*, 1998). Du point de vue des simulations, une valeur de $0,88$ est trouvée par Padoan *et al.* (2016). Parmi les simulations que j'ai réalisées, la simulation B1 est en accord avec cette loi. La variation en fonction du champ magnétique s'explique par le fait que ce dernier tend à empêcher la fragmentation des structures à cause de la force de tension magnétique, ce qui a pour effet de réduire le nombre de petites structures. On constate aussi que les structures massives sont légèrement favorisées dans les simulations à rétroaction plus faible, puisqu'une rétroaction plus forte disperse plus efficacement les nuages qui se forment.

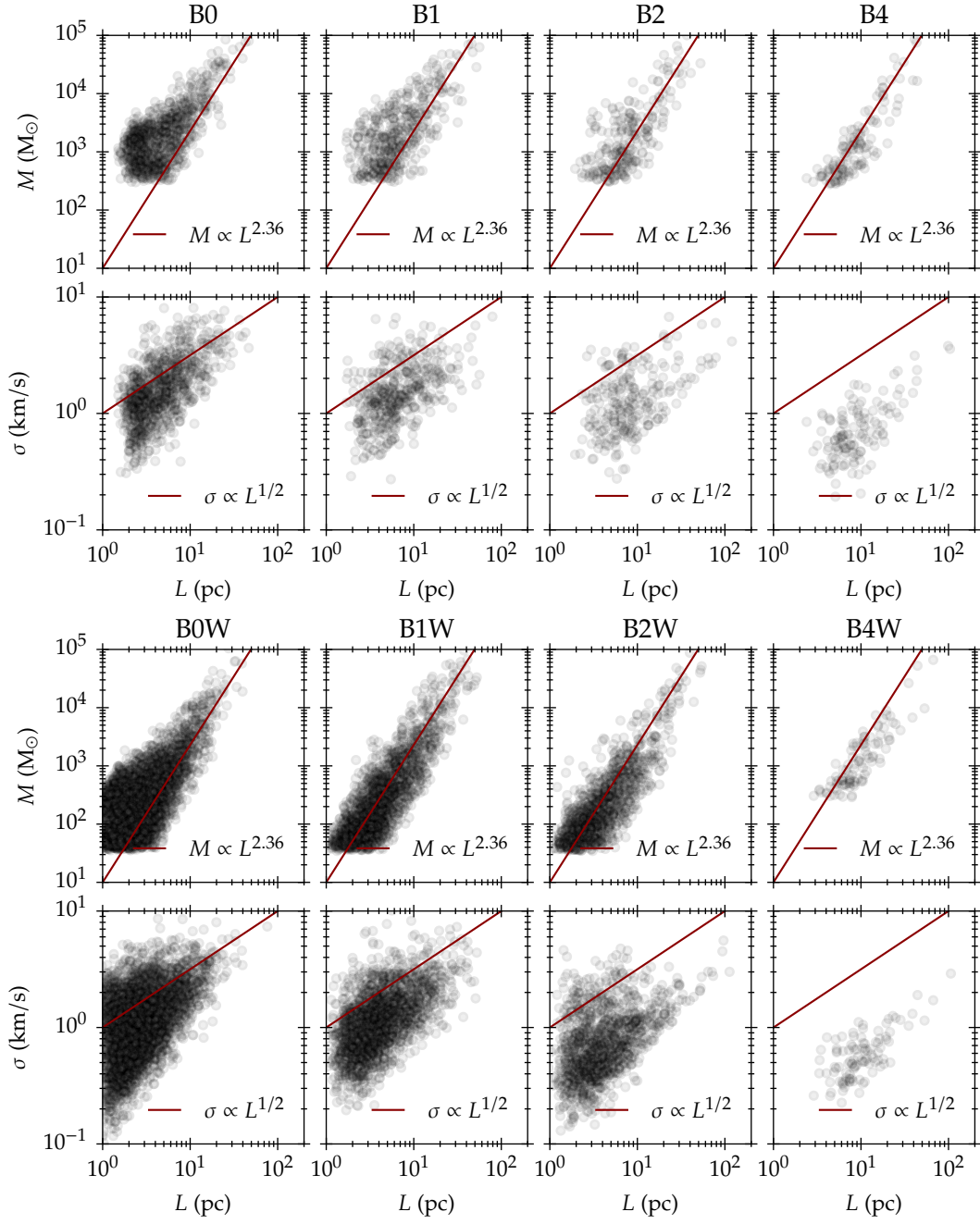


FIGURE 6.19 – Caractéristiques des structures de densité supérieure à 50 cm^{-3} . Les simulations BoW, BiW et B2W ont une résolution deux fois meilleure que les autres. *De gauche à droite* : simulations Bo, Bi, B2 et B4. *De haut en bas* : Masse en fonction de la taille, dispersion de vitesse en fonction de la taille et spectre de masse, à rétroaction forte (*deux premières lignes*), puis à rétroaction faible.

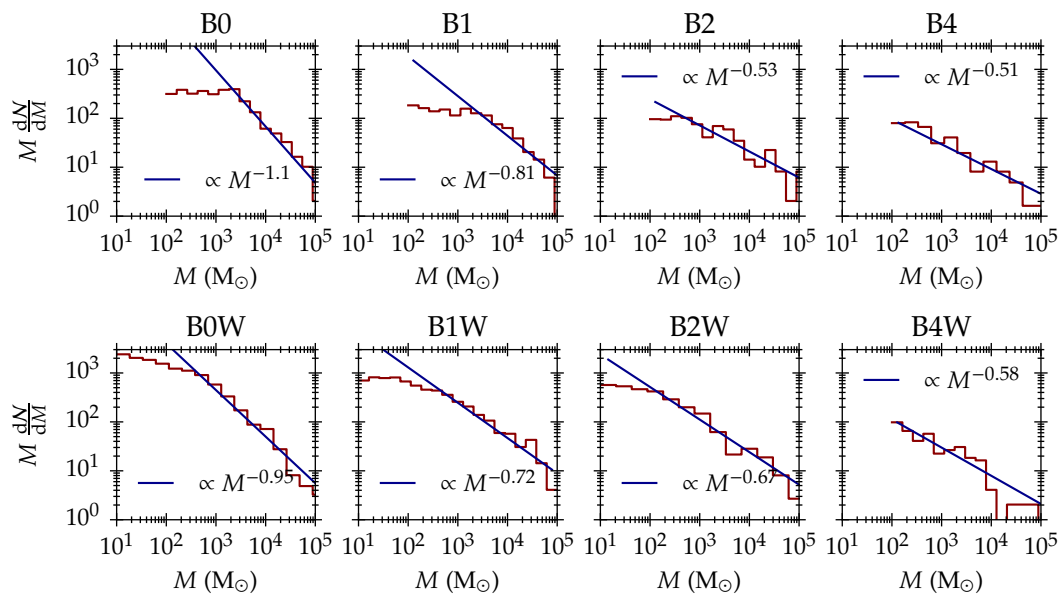


FIGURE 6.20 – Spectre de masse des structures de densité supérieure à 50 cm^{-3} . De gauche à droite : simulations B0, B1, B2 et B4. De haut en bas : Rétroaction forte, rétroaction faible.

6.4 Perspectives

Jusqu'à maintenant, nous nous sommes concentrés sur les supernovae comme source de rétroaction et de turbulence dans le milieu interstellaire. En particulier, nous avons déclenché les supernovae immédiatement après la formation d'étoiles massives (modélisée par une accréation de plus de $120 M_{\odot}$ dans les particules puits). Or en réalité, il y a un délai pouvant atteindre la dizaine de millions d'années entre la formation d'une étoile massive et son explosion. Si l'on tient compte de ce délai seul, la rétroaction par supernovae intervient trop tard et n'est plus capable de contrer l'effondrement gravitationnel. Si l'on veut tenir compte de ce délai, il faut aussi tenir compte des processus qui se produisent pendant ce temps : les vents, et le rayonnement ionisant. J'ai donc développé le schéma décrit en section 3.3 permettant de simuler les régions H_{II} . Nous avons effectué des simulations à basse résolution (256^3 cellules) afin de tester le schéma. Le rayonnement ionisant est traité directement à l'aide de RAMSES-RT. Les résultats préliminaires sont présentés en figure 6.21. Nous avons pour l'instant testé quatre cas :

- pas de rétroaction (témoin),
- régions H_{II} seules,
- régions H_{II} et supernovae,
- régions H_{II} et supernovae, en tenant compte d'une dispersion de vitesses de 5 km s^{-1} pour les objets stellaires (affectant la position de la supernova).

Afin de gagner en réalisme, l'un des ingrédients essentiels à prendre en compte dans des simulations de disque galactique est le cisaillement induit par la rotation de la galaxie. En effet, ce cisaillement constitue une source importante d'énergie à grande échelle, qui est donc en mesure d'alimenter la turbulence. Il pourrait aussi fortement affecter la formation de structures (voir par exemple Elmegreen, 1991) et le comportement du champ magnétique (voir notamment Passot *et al.*, 1995). Des simulations à l'échelle du kiloparsec tenant compte du cisaillement et de la rétroaction par les supernovae, ainsi que

de la formation d'étoiles ont été réalisées par d'autres groupes (par exemple Kim *et al.*, 2013 ; Kim & Ostriker, 2015b).

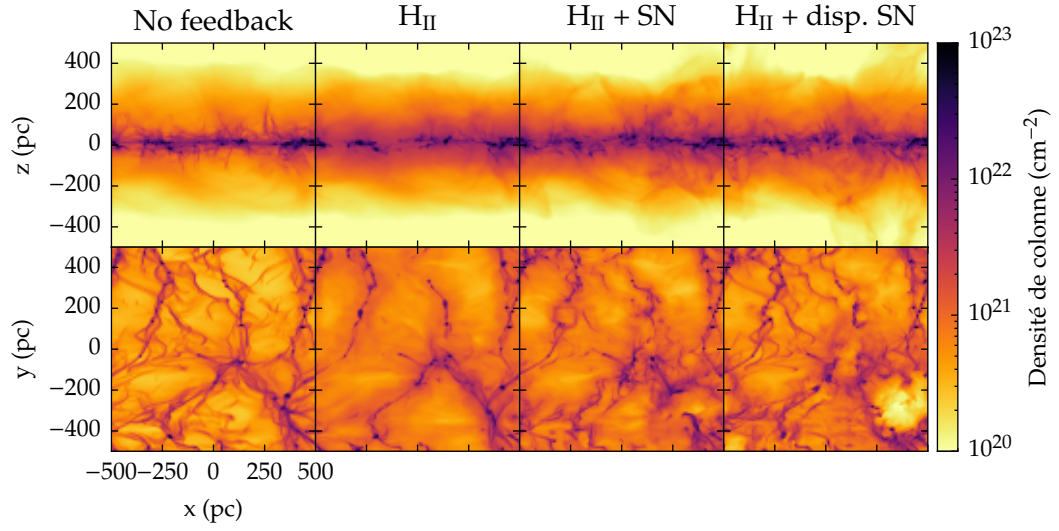


FIGURE 6.21 – Cartes de densité de colonne après 60 Myr pour les simulations avec régions H_{II}. *De gauche à droite* : pas de rétroaction, régions H_{II}, régions H_{II} et supernovae, régions H_{II} et supernovae, avec dispersion de vitesse. *Première ligne* : disque vu par la tranche. *Deuxième ligne* : disque vu de face.

Quatrième partie

Conclusion

Conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse était de réaliser des simulations numériques du milieu interstellaire à l'échelle du kiloparsec, en tenant compte de manière réaliste de la formation et de la rétroaction des étoiles. J'ai donc développé un modèle de rétroaction corrélée aux régions de formation d'étoiles, et réalisé des simulations à l'aide de ce modèle. À l'aide de ces simulations, j'ai pu extraire quelques observables intéressantes sur la dynamique du milieu interstellaire : taux de formation d'étoiles, spectres de puissance de la turbulence, propriétés du champ magnétique.

Dans la première partie, j'ai présenté le contexte astrophysique (chapitre 1) et numérique (chapitre 2) dans lequel je me suis placé pour réaliser ce travail. Dans la deuxième partie, j'ai présenté la méthode numérique que j'ai employée. Au chapitre 3, j'ai présenté les détails du modèle d'objets stellaires que j'ai développé, avec la rétroaction par supernovae (dont la modélisation physique est décrite au chapitre 5), celle par régions H_{II} et le lien avec la formation d'étoiles. Ensuite, j'ai présenté les problématiques liées à l'analyse des résultats de simulations, et deux outils importants que j'ai développés pour étudier la dynamique du milieu interstellaire : un outil de calcul de spectres de puissance, et un outil d'identification des structures.

Dans la troisième partie, j'ai présenté les résultats scientifiques de mes simulations. Dans un premier temps (chapitre 5), j'ai présenté mon étude de l'impact d'une supernova isolée sur un nuage moléculaire. J'ai pu établir un modèle simple de rétroaction basé sur les modèles analytiques bien connus, et j'ai pu le confronter à des simulations dans un milieu réaliste. J'ai montré que la quantité de mouvement injectée dans le milieu interstellaire par une supernova ne dépend que faiblement de la densité de ce milieu. Cependant, la répartition de cette quantité de mouvement entre le gaz dense et le gaz diffus peut varier fortement selon que la supernova a lieu à l'intérieur du nuage ou en périphérie. Dans tous les cas, les supernovae sont capables de disperser efficacement du gaz jusqu'à des densités d'environ 100 cm^{-3} , mais n'affectent les densités supérieures que lorsque le reste de supernova est confiné dans une cavité. Dans le cas contraire, des «cheminées» de gaz diffus s'ouvrent pour laisser échapper le surplus de pression dû à l'explosion.

Devant l'importance de la position relative d'une supernova et des nuages moléculaires qui l'entourent (notamment celui qui a donné naissance à l'étoile progénitrice), il a été nécessaire de mettre en place un modèle tenant compte des corrélations spatiales et temporelles entre la formation d'étoiles et la rétroaction par les supernovae. À l'aide du modèle présenté au chapitre 3, j'ai réalisé, conjointement avec Patrick Hennebelle, une étude de l'impact du schéma de rétroaction (plus particulièrement des corrélations spatiales et temporelles entre formation d'étoiles et rétroaction) qui a montré que dans le cas où les supernovae ne sont pas corrélées aux régions de formation d'étoiles, elles ne sont pas capables d'empêcher l'effondrement gravitationnel du gaz. À l'inverse, s'il y a corrélation spatiale et temporelle, mais avec une distance entre 10 et 20 pc entre une supernova et la région de formation d'étoiles, la rétroaction est capable de disperser une grande quantité de gaz, voire de détruire le disque galactique. Un schéma où les supernovae se produisent dans un rayon de 10 pc autour de la région de formation d'étoiles semble alors le plus réaliste.

À l'aide de ce schéma, qui semble réaliste, j'ai réalisé des simulations à plus haute résolution (512^3 à 1024^3 cellules), qui ont, comme précédemment, permis d'étudier la dynamique du milieu interstellaire. J'ai pu tester plusieurs intensités de champ magnétique et deux valeurs de la quantité de mouvement injectée par les supernovae. Ces simulations sont capables de reproduire une structure réaliste du milieu interstellaire (en termes d'épaisseur de disque et de taux de formation d'étoiles notamment). L'étude des spectres de puissance de la turbulence fait apparaître une structure complexe, avec de fortes variations en fonction de l'altitude, visibles sur les spectres de puissance bidimensionnels que j'ai calculés. Les modes compressifs et solénoïdaux de la turbulence sont en équipartition dans le plan équatorial de la galaxie, mais dominant de plus en plus lorsque l'altitude augmente. Cet effet est amplifié lorsque l'on augmente l'intensité du champ magnétique initial. L'étude des structures formées donnent des lois d'échelle comparables aux lois de Larson, même si la dispersion autour de ces lois reste très forte. J'ai pu aussi étudier les propriétés du champ magnétique : d'une part sa corrélation avec la densité, et d'autre part son alignement avec le champ de vitesse. J'ai constaté que le champ magnétique et le champ de vitesse avaient tendance à s'aligner spontanément, mais aussi que la rétroaction avait un effet antagoniste. Ainsi, seules les régions à haute altitude montrent un alignement relativement fort, une fois que la rétroaction est enclenchée.

Ces simulations sont prometteuses du point de vue des informations que l'on peut en tirer, mais mettent une fois de plus l'accent sur la nécessité de connaître précisément les paramètres initiaux (champ magnétique, rétroaction, etc.) et de traiter les processus physiques, notamment la formation d'étoiles et la rétroaction, de la manière la plus fidèle possible. Ainsi, à l'avenir, il sera intéressant d'ajouter d'autres processus d'injection d'énergie dans le milieu interstellaire. Avec le modèle que j'ai développé, il est déjà possible de réaliser des simulations tenant compte des régions H_{II} créées par le rayonnement ionisant en provenance des étoiles. Les objets stellaires que j'ai mis en place permettent aussi de rajouter aisément d'autres processus de rétroaction stellaire. Il sera aussi intéressant d'étudier l'impact de la structure à grande échelle de la galaxie, et notamment du cisaillement induit par la rotation, qui stabilise les nuages et est susceptible d'injecter de l'énergie dans la cascade turbulente.

Annexes

Annexe A

Simulations of magnetized multiphase galactic disc regulated by supernovae explosions

Cet article, décrit dans le chapitre 6, a été publié dans le journal *Astronomy & Astrophysics* :

HENNEBELLE, P., & IFFRIG, O. 2014. Simulations of magnetized multiphase galactic disc regulated by supernovae explosions. *Astronomy & Astrophysics*, 570(Oct.), A81.

Simulations of magnetized multiphase galactic disc regulated by supernovae explosions

Patrick Hennebelle^{1,2} and Olivier Iffrig¹

¹ Laboratoire AIM, Paris-Saclay, CEA/IRFU/Sap – CNRS – Université Paris Diderot, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France
e-mail: patrick.hennebelle@cea.fr

² LERMA (UMR CNRS 8112), École Normale Supérieure, 75231 Paris Cedex, France

Received 9 January 2014 / Accepted 9 June 2014

ABSTRACT

Context. What exactly controls star formation in the Galaxy remains controversial. In particular, the role of feedback and magnetic field are still partially understood.

Aims. We investigate the role played by supernovae feedback and magnetic field on the star formation and the structure of the Galactic disc.

Methods. We perform numerical simulations of the turbulent, magnetized, self-gravitating, multi-phase, supernovae regulated ISM within a 1 kpc stratified box. We implemented various schemes for the supernovae. This goes from a random distribution at a fixed rate to distributions for which the supernovae are spatially and temporally correlated to the formation of stars. To study the influence of magnetic field on star formation, we perform both hydrodynamical and magneto-hydrodynamical simulations.

Results. We find that supernovae feedback has a drastic influence on the galactic evolution. The supernovae distribution plays a very significant role. When the supernovae are not correlated with star formation events, they do not significantly modify the very high star formation rate obtained without feedback. When the supernovae follow the accretion, the star formation rate can be reduced by a factor up to 30. The magnetic field is also playing a significant role. It reduces the star formation rate by a factor up to 2–3 and reduces the number of collapse sites by a factor of about 2.

Conclusions. The exact correlation between the supernovae and the dense gas appears to have significant consequences on the galactic disc evolution and the star formation. This implies that small scale studies are necessary to understand and quantify the feedback efficiency. The magnetic field does influence the star formation at galactic scales by reducing the star formation rate and the number of star formation sites.

Key words. magnetohydrodynamics (MHD) – instabilities – ISM: kinematics and dynamics – ISM: structure – ISM: clouds – stars: formation

1. Introduction

Star formation is a multi-scale and multi-physics problem, which is only partially understood. In particular, what physical process is responsible for the relatively low star formation of the Milky-way (e.g., [Zuckerman & Evans 1974](#); [Dobbs et al. 2013](#)) remains a subject of controversy.

Historically, three main physical processes have been emphasized, namely magnetic field (e.g., [Shu et al. 1987](#)), turbulence (e.g., [Mac Low & Klessen 2004](#)), and stellar feedback (e.g., [Mac Low 2013](#); [Agertz et al. 2013](#)), which include supernovae explosions, ionising radiation, heating by stellar radiation, stellar outflows, and stellar winds. While magnetic field has been measured to have substantial intensities ([Crutcher 2012](#)), it may be nevertheless too weak to reduce the star formation rate (SFR) by orders of magnitude. The effects of turbulence and feedback are not straightforward to discriminate. In particular, turbulence decays in a few crossing times (e.g., [Mac Low & Klessen 2004](#)) and must be fed at large scales either through galactic large scale spiral waves or by the various sources of stellar feedback. The feedback may therefore play a dual role in limiting the amount of mass that is eventually accreted by stars, while at the same time triggering large scale turbulence. In any case,

previous studies, which have been simulating a whole galaxy found a clear impact of the feedback onto the SFR (e.g., [Tasker & Bryan 2006](#); [Dubois & Teyssier 2008](#); [Bournaud et al. 2010](#); [Kim et al. 2011](#); [Dobbs et al. 2011](#); [Tasker 2011](#); [Hopkins et al. 2011](#); [Renaud et al. 2013](#)), which is able to reduce star formation substantially, may be up to observed values. Although there is a general agreement that the simulations without feedback present an SFR that is too high, the amount by which it is reduced when feedback is introduced depends on which feedback is introduced and how. For example, [Tasker & Bryan \(2006\)](#), who performed simulations with supernovae feedback found that the SFR is reduced by a factor of about 2. [Tasker \(2011\)](#) included the UV radiation feedback found that the SFR is typically reduced by a factor of 1.5–2. Finally, [Hopkins et al. \(2011\)](#) have introduced the radiative feedback assuming that the radiation of stars can efficiently communicate its momentum to the gas. They found that the SFR can be reduced by a factor on the order of 10 to 30.

In spite of these studies, the exact roles played by feedback, for both triggering the turbulence and for limiting the star formation are only partially understood. This is also the case for the role played by magnetic field on the various steps of the star formation process. First of all, given the limited resolution of large scale studies (typically a few pc), the exact way feedback is

applied remains partially arbitrary. In particular, the first pioneering studies, which have first focussed on kpc scales regulated by supernovae explosions (de Avillez & Breitschwerdt 2004, 2005; Joung & Mac Low 2006) did not include self-gravity and, therefore, could not associate supernovae with star formation events accurately, though they unambiguously show the relevance of these studies. Even when self-gravity is included, the exact influence of the choices made to determine their locations has not been explored clearly. Second of all, the influence that the magnetic field has on the SFR at the kpc scale is less explored. The only simulations that include both self-gravity and magnetic field, which have been performed to date are presented in Wang & Abel (2009), Pakmor & Springel (2013), Beck et al. (2013). These authors have concluded that the magnetic field reduces the SFR by a factor of a few. Moreover these studies modelled a whole galaxy implying that the spatial resolution is limited in describing the ISM structure.

In parallel to the numerical studies (Slyz et al. 2005; de Avillez & Breitschwerdt 2005; Joung & Mac Low 2006; Hill et al. 2012; Kim et al. 2011, 2013; Gent et al. 2013), a few analytical models have been developed and compared with observations and simulations (Ostriker et al. 2010; Kim et al. 2011; Faucher-Giguère et al. 2013). For example, in their model, Ostriker et al. (2010) consider vertical mechanical equilibrium between gravity and pressure (mainly thermal and kinetic) as well as thermal equilibrium in the ISM (i.e. equilibrium between heating from stars and cooling). It is then further assumed that the thermal and turbulent supports are proportional. This leads them to predict the SFR as a function of the column density through the galactic planes, and the model compares well with a sample of observations (Leroy et al. 2008) and simulations (Kim et al. 2011). In their models, Faucher-Giguère et al. (2013) consider a galactic disc, which is also in equilibrium along the vertical direction but assumes that the galactic disc has a Toomre parameter (Toomre 1964) of about $Q \simeq 1$, that is to say a disc which is in marginal equilibrium and self-regulates. They then perform an energy budget between the energy dissipated by units of time through turbulent cascade and the energy injected through stellar feedback. In both cases, important assumptions are made regarding how energy and momentum are injected within the dense gas. While it is clearly unavoidable to make such assumptions, given the difficulty of the problem, it is nevertheless important to understand how exactly are momentum and energy injected, more precisely how they distribute between diffuse and dense gas. More generally, what are the uncertainties induced by our incomplete understanding of the correlation between massive stars at the origin of most of the feedback, and the surrounding dense material? It is the purpose of the present paper to address these issues.

In this paper, we adopt a similar setup to the one adopted by Slyz et al. (2005); de Avillez & Breitschwerdt (2005); Joung & Mac Low (2006); Hill et al. (2012); Kim et al. (2011, 2013); Gent et al. (2013), that is to say a kpc simulation of a galactic disc in which turbulence is driven by supernovae remnants. Previous studies have been finding that they can reproduce many of the interstellar medium feature, such as a multi-phase ISM, approximate energy equipartition among thermal, magnetic and kinetic energies as well as galactic outflows and the formation of molecular clouds, which therefore demonstrates the interest of performing this type of simulations. Indeed, this range of scales is a good compromise between the need for enough numerical resolution to describe sufficiently well the ISM physics and the amount of computational power available on present computers. While the results obtained previously are encouraging, only a

few of these works have treated self-gravity, and none of these works have considered magnetic field and self-gravity, which is mandatory for a proper physical description.

We include both self-gravity and magnetic field, and we explore various schemes for the supernovae feedback going from a random distribution to a distribution in which supernovae are correlated both spatially and temporally with star formation. This spatial and temporal correlation turns out to be drastically important when self-gravity is self-consistently treated. The primary reason is that, a dense core becomes largely decoupled from the surrounding medium when it undergoes gravitational collapse and therefore little influenced by the supernovae, which may be exploding nearby. This occurs only if a supernova explodes within the collapsing region and while collapse is occurring feedback has a significant impact and can reduce the mass that is eventually accreted.

The second section of the paper presents the numerical setup and, in particular, discusses the various schemes we have been developing to implement supernovae feedback. In the third section, we describe the disc structure in the various models, while in the fourth section we investigate the properties of the multi-phase ISM in two of the simulations. In Sect. 5, we discuss the SFR and the mass distribution of the sink particles formed in the different simulations. Section 6 concludes the paper.

2. Numerical setup

2.1. Physical processes and initial conditions

The physical processes and initial conditions are similar to what has been described by previous authors (e.g., de Avillez & Breitschwerdt 2004, 2005; Joung & Mac Low 2006; Hill et al. 2012; Kim et al. 2013). We consider a 1 kpc computational box in which a gravitational field is applied along the z -axis. Its value is identical to the choice made by Joung & Mac Low (2006) taken from Kuijken & Gilmore (1989) and is given by

$$g(z) = -\frac{a_1 z}{\sqrt{z^2 + z_0^2}} - a_2 z, \quad (1)$$

where $a_1 = 1.42 \times 10^{-3} \text{ kpc Myr}^{-2}$, $a_2 = 5.49 \times 10^{-4} \text{ Myr}^{-2}$, and $z_0 = 0.18 \text{ kpc}$. This gravitational field represents the contribution of the stars and dark matter in our Galaxy.

We solve the ideal magneto-hydrodynamical (MHD) equations in the presence of self and external gravity and include cooling and heating processes relevant for the ISM. The equations are given by

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi} - \rho \mathbf{g} - \rho \nabla \phi, \quad (3)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{e} \right] = -P(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \rho \mathcal{L}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (5)$$

$$\Delta \phi = 4\pi G \rho, \quad (6)$$

where all notation have their usual meaning. The heating and cooling terms, which appear in the loss function \mathcal{L} , are identical to the one considered in Audit & Hennebelle (2005), which include UV heating due to photoelectric effect on grains, Lyman- α ,

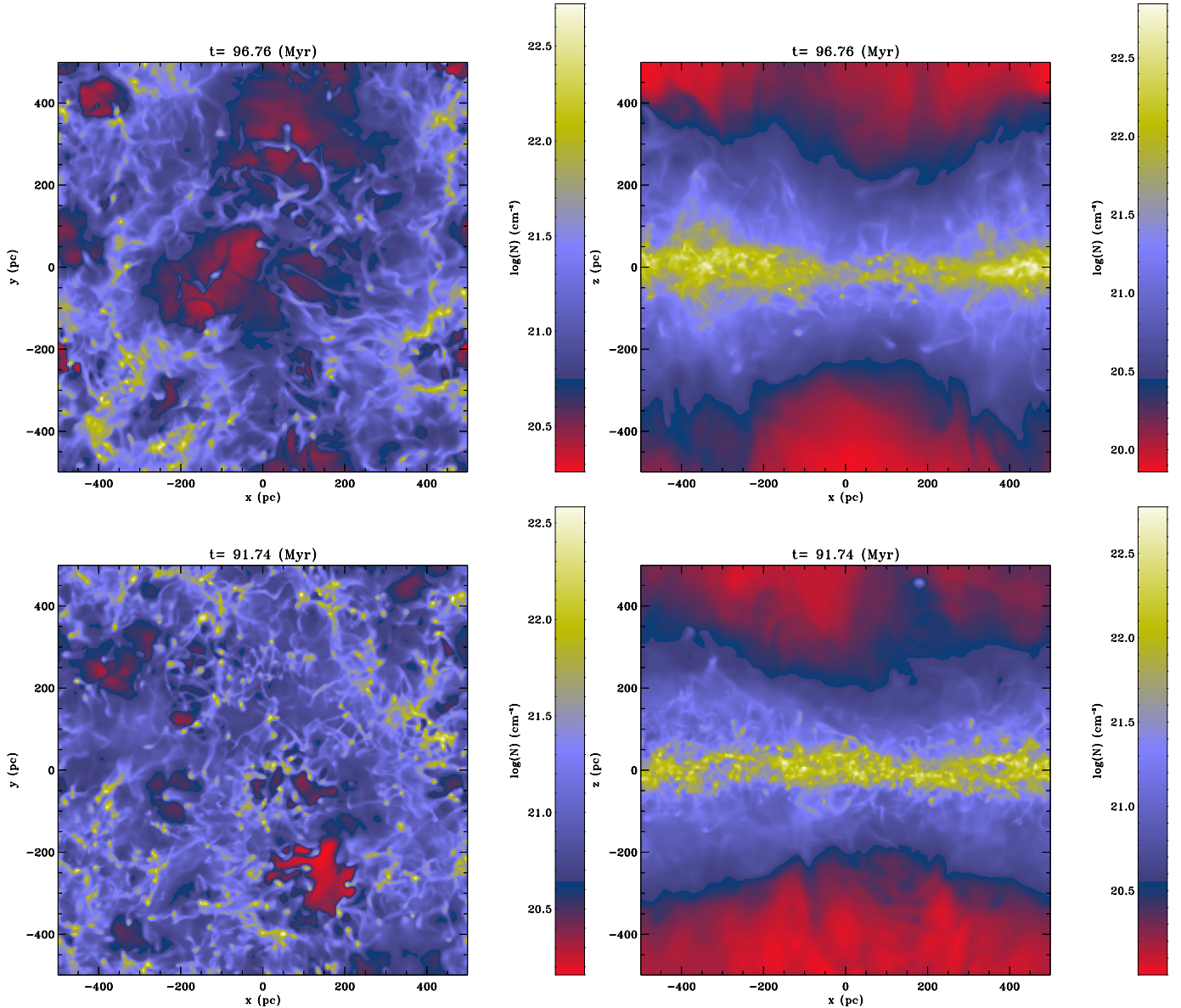


Fig. 1. Column density along the z -axis (*left panels*) and along the y -axis (*right panels*) for MHD run C1 (*upper panels*) and hydrodynamical run C2 (*lower panels*). The *left panels* illustrate the complex multi-phase structure of the galactic plane, while the *right panels* show the stratification induced by the gravitational field of the galaxy. In the hydrodynamical run, the interstellar medium is more fragmented than in the MHD one.

oxygen, ionised carbon cooling and cooling due to the recombination onto grains (see e.g., [Wolfire et al. 2003](#)). At this stage we use a constant UV field, which is not correlated to the SFR (e.g., [Tasker 2011](#); [Kim et al. 2013](#)). At temperature larger than 10^4 K, we use the fit provided in [Joung & Mac Low \(2006\)](#) for the cooling function inferred by [Sutherland & Dopita \(1993\)](#). Coriolis and centrifugal forces are not included at this stage.

At the beginning of the simulation, the density distribution is given by

$$n(z) = n_0 \exp\left(-\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right), \quad (7)$$

with $n_0 = 1.5 \text{ cm}^{-3}$ and $z_0 = 150 \text{ pc}$. The temperature is initially equal to about 8000 K, which corresponds to the temperature of the warm neutral gas (WNG). A *turbulent* velocity field is generated using random phase and a Kolmogorov powerspectrum. Its rms amplitude is equal to 5 km s^{-1} . Finally, the magnetic field is initially aligned along the x -axis and is proportional to the density field. Its value in the equatorial plane is about $2.5 \mu\text{G}$ for

our fiducial run (later named run C1), the value of $0.5 \mu\text{G}$ is also explored.

2.2. Supernovae prescriptions

To take the supernovae feedback into account, we first select a position as described below. We then increase the thermal energy of all the cells located at a distance smaller than three grid cells from the supernova centre in such a way that the thermal energy is uniform in this sphere and equal to 10^{51} erg. In most, but not all, of our runs we have also introduced a kinetic feedback. This is achieved by adding to the corresponding cells a radial homologous velocity field (proportional to the distance from the supernova centre). The total kinetic energy is equal to 5% of the thermal energy, which corresponds to the typical momentum that is injected at the end of the Sedov phase, that is to say, during the phase for which the supernova expansion remains nearly adiabatic. Indeed, when the shell surrounding the supernova bubble becomes radiative, most of the energy is radiated

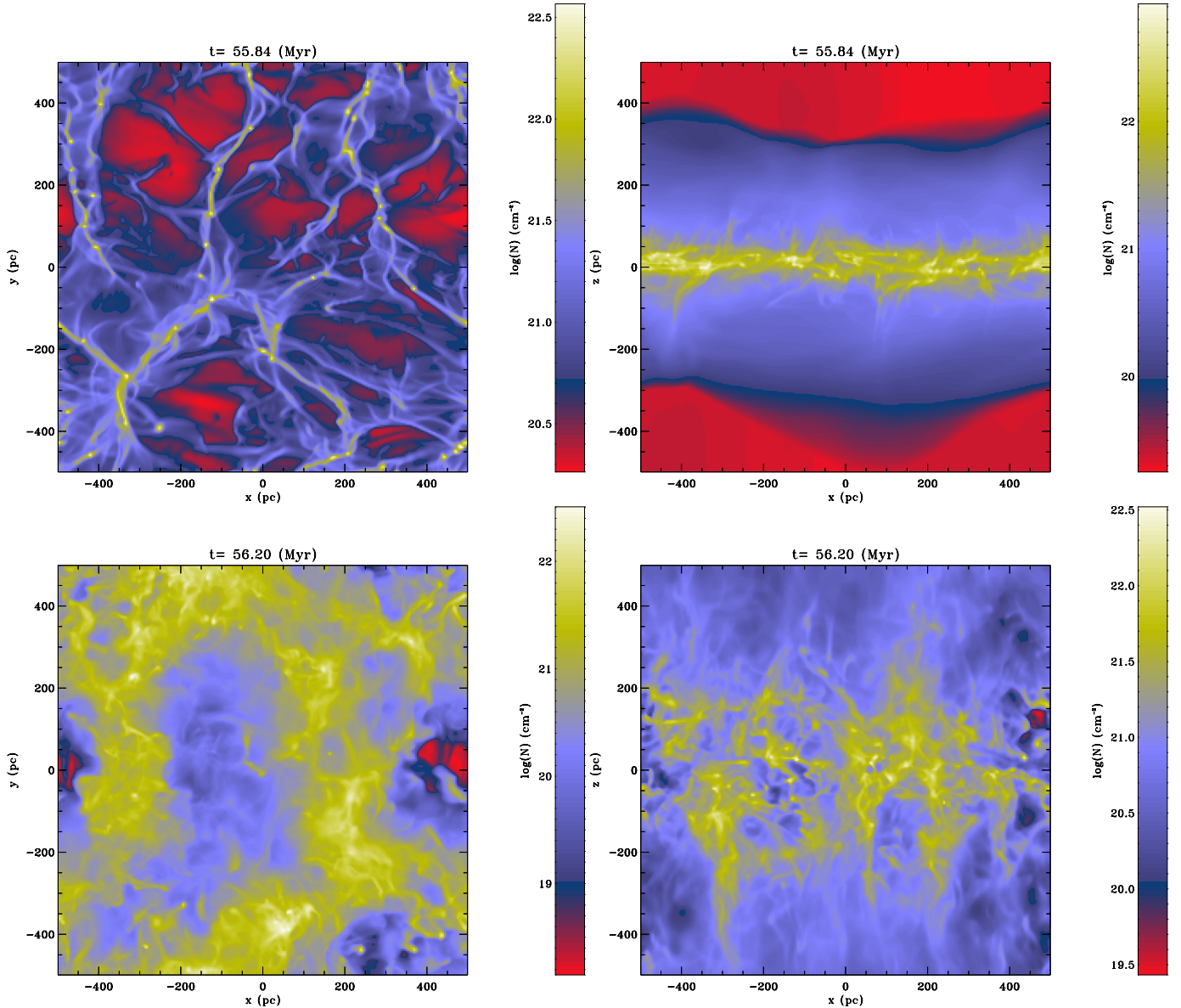


Fig. 2. Column density along the z -axis (*left panels*) and along the y -axis (*right panels*) for the run with no feedback, NF1, (*upper panels*) and the run with scheme D (*lower panels*). Comparison with Fig. 1 clearly shows the drastic impact of the feedback. In particular, the run NF1 shows thin and long filaments in which self-gravitating fragments develop, indicating that the gas is primarily organised by self-gravity and undergoes run away collapse. The galactic disc is considerably thinner than when supernovae are included. On the other hand, run D shows a broader galactic disc than in runs C1 and C2, illustrating the importance of the spatial correlation between supernovae explosions and dense gas.

away, and the expansion proceeds at constant momentum (e.g., Chevalier 1977). Fortunately enough, this momentum is largely independent of the density field (Blondin et al. 1998) even when it is highly irregular (Iffrig & Hennebelle, in prep.). In principle note that, the momentum should be self-consistently generated during the Sedov expansion. However, the lack of resolution does not guarantee that this phase is well treated when the supernovae explodes in a dense region. In any case, as described below, we have also performed the case without kinetic feedback for comparison. These two runs probably constitute upper and lower limits.

The spatial location of the supernovae is another important aspect. Previous authors (e.g., de Avillez & Breitschwerdt 2005, 2007; Joungh & Mac Low 2006) have been distributing them randomly or in correlation with density. These authors also tested the case where the supernovae are clustered

(see e.g., de Avillez & Breitschwerdt 2004; Joungh & Mac Low 2006, for a description). In this work, four spatial and temporal supernovae distributions have been tested, hereafter scheme A, B, C, and D. We recall that an important difference with these classical studies is that self-gravity is treated.

Scheme A is very similar to the scheme described, for example, in Joungh & Mac Low (2006). The supernovae are distributed randomly in the x and y -directions. To mimic the observed supernovae distribution in the Milky Way, their z -coordinate follows a Gaussian distribution of thickness equal to 150 pc. Their rate is equal to the observed galactic rate and is equal to 1/50 per year. One difference is that we use a fixed radius for the supernovae remnant rather than using a radius which enclosed a fixed mass. This implies that the timesteps in the simulation can be quite low, since the temperature is higher when a supernova explodes in a

diffuse medium. Another difference is that we do not redistribute the mass within the supernova radius as [Joung & Mac Low \(2006\)](#), who impose a uniform gas density inside the supernova bubbles. In principle, it could be worth testing all these choices but here we focus on a different issue.

Scheme B consists looking at the density maximum in the simulations, and choosing its position for the supernova centre. The rate is also equal to the galactic one. A supernovae is introduced only if the density peak is larger than 10 cm^{-3} in the simulation. However, denser gas develops rapidly in the simulation and except for the very first, the supernovae are generally associated to gas of densities $10^2\text{--}10^3 \text{ cm}^{-3}$, which is present at all time. This scheme has the advantage to have a good spatial correlation with star formation events. However, it does not have any temporal correlation, since the supernovae rate is fixed and equal to the galactic one.

Schemes C and D are different and take advantage of the sink particles used in our simulations. Each time a sink particle has accreted 120 solar masses, we place a supernova in its neighborhood. This prescription is motivated by the typical abundance of stars more massive than the eight solar masses needed to give raise to a supernova explosion. However, we do not place the supernova centre directly at the sink position for various reasons. First of all, as described later, the sink particles have a radius of four computational cells, which corresponds to 16 pc with our current resolution. This number of cells for the sink radius is typical to what is usually assumed (e.g., [Krumholz et al. 2004](#)). By definition, it sets the limit of the resolution in the simulation and inside the sink, the gas distribution is not well described. Second of all, it takes at least 4 Myr for the most massive stars to explode. During this time both the star and the cloud have evolved. For example in 10 Myr, a star, which moves at a velocity of 1 km s^{-1} , will have to cover a distance of about 10 pc. Finally, because of the other sources of feedback, massive stars may have pushed the dense gas away before supernovae explode. To test the importance of the spatial correlation between supernovae and sink particles, we have implemented two prescriptions. First (scheme C), we randomly place the supernovae within the sink particles radius. Second (Scheme D), we place them within a shell of inner radius equal to the sink radius and outer radius equal to two times this value. As seen later, these two schemes lead to similar but not identical results.

Another important issue is the time delay that should be taken into account, since supernovae typically explode between about 4 and 40 Myr after the formation of the massive star. Although we note that some delay is introduced with our scheme since at least 120 solar masses of gas have to be accreted before supernovae take place, it is in most of the time shorter ($10^5\text{--}10^6 \text{ yr}$) than a few Myr. However, as emphasized in other studies (e.g., [Matzner 2002](#); [Dale et al. 2012, 2013](#); [Agertz et al. 2013](#); [Kim et al. 2013](#)), other sources of feedback, namely ionising radiation, winds, and jets, start influencing the surrounding clouds much earlier. These sources should be taken into account as well. Since we feel it is important to go step by step, we postpone studying these effects and concentrate for now on supernovae only.

2.3. Numerical code and resolution

To carry out our numerical simulations, we employed RAMSES ([Teyssier 2002](#); [Fromang et al. 2006](#)), an adaptive mesh refinement (AMR) code that uses Godunov schemes to solve the MHD equations and the constrained transport method to ensure that $\text{div}B$ is maintained at zero within machine accuracy. For

most runs, we do not use the AMR capacity and keep the resolution fix using 256 grid points in each direction. However, we also perform a run with one more AMR level introduced when the density reaches a value of 10 cm^{-3} . The computational box size is equal to 1 kpc, and the spatial resolution is 4 pc. This choice is dictated by the very large number of time steps ($\approx 50\,000\text{--}100\,000$), which are required for these calculations. This is because supernovae feedback introduced very high velocities of the order of a few 100 km s^{-1} and temperatures as high as 10^8 K in a few cells. Moreover, we integrate far enough to make sure that some quasi-stationary regime has been reached. This is assessed by verifying that the mean profile of various quantities, such as densities, does not vary significantly with time. It should be stressed, however, that no strict stationarity can be reached since self-gravity is treated and accretion is occurring onto the sink particles.

We use periodic boundary conditions in the x and y directions and an outflow condition at the z boundaries. In particular, this implies that the gas ejected from the galactic disc can escape the computational box.

In this work, sink particles (implemented in the public version of RAMSES) are being used to follow the dense regions, which have collapsed under the influence of self-gravity. They closely follow the implementation of [Krumholz et al. \(2004\)](#). The sinks are introduced when a density threshold of 10^3 cm^{-3} is reached. Their radius is equal to four grid cells. A new sink can be created only if it is not located closer than ten grid cells from another sink. When the sinks get too close, i.e. closer than one grid cell, they get merge using a friend of friend procedure. Finally, the sinks accrete gas from surrounding cells, if they are located at less than a sink radius and if the density is larger than 10^3 cm^{-3} . The sink particles interact with the surrounding medium through the gravitational field. The contribution of the sink to the gravitational potential is included using a particle-mesh approach, which implies that the mass within the sink is projected onto the grid and added to the gas density when the Poisson equation is solved.

2.4. Comparison between various setups

It is worth emphasising the differences between the various setups, which have been used so far. Keeping in mind that given the complexity of the problem under investigation, *i)* it is hard to include every relevant process; and *ii)* it is important to perform studies, which make different choices and approximations to disentangle the effects of the different physical processes.

In the setup used by [de Avillez & Breitschwerdt \(2005\)](#); [Joung & Mac Low \(2006\)](#) and [Hill et al. \(2012\)](#), hydro or MHD equations are solved using a 500 pc or a 1 kpc size box in the equatorial plane but a much larger scale height (typically 5 to 10 times these values). This insures a good description of the galactic wind, and the disc-halo connection though large scale modes may be filtered out by the elongated box. [Gent et al. \(2013\)](#) proceed somewhat similarly but also include the galactic shear in their study. In these studies, the supernovae explode randomly or are correlated with density peaks. None of these studies include self-gravity.

[Kim et al. \(2011, 2013\)](#) do include self-gravity and, like us, consider a cubic computational box. These choices are clearly putting more emphasis on the disc itself and, therefore, on the star formation, which takes place, than on the galactic outflows and the halo. There is an important difference regarding the forcing. They estimate the number of massive stars that should form in a given region rather than following the accretion onto sink

Table 1. Summary of the different runs performed in the paper.

Label	Physics	Scheme	Feedback	Resolution
NF1	MHD (2.5 μ G)	–	–	256 ³
NF2	hydro	–	–	256 ³
A	MHD (2.5 μ G)	A	thermal+kinetic	256 ³
B	MHD (2.5 μ G)	B	thermal+kinetic	256 ³
C1	MHD (2.5 μ G)	C	thermal+kinetic	256 ³
C1b	MHD (2.5 μ G)	C	thermal+kinetic	512 ³
C2	hydro	C	thermal+kinetic	256 ³
C3	MHD (0.5 μ G)	C	thermal+kinetic	256 ³
C4	MHD (2.5 μ G)	C	thermal	256 ³
D	MHD (2.5 μ G)	D	thermal+kinetic	256 ³

Notes. The scheme refers to the way supernovae are being introduced in the simulations. Schemes A and B assume a constant supernova rates and are not correlated with sink particles. With schemes C and D, the supernovae are correlated spatially and temporally with sink particles (see text).

particles, and they consider only the mechanical feedback from supernovae.

As seen below, the different prescriptions lead to quite different results. In particular, the correlation between star forming gas and the feedback is a necessary condition to prevent very efficient star formation. This is however mostly true if self-gravity is included.

2.5. Runs performed

In the present paper, we perform various runs to test the influence that the magnetic field has onto the galactic disc evolution and to study the influence of the various prescriptions for the supernovae feedback. In our fiducial run (later referred as C1), the magnetic intensity has an intensity in the equatorial plane of about 2.5 μ G, and scheme C is used for the supernovae with both thermal and kinetic feedback.

To study the influence of the magnetic field, we perform an hydrodynamical run (later referred as C2) and a run with a lower magnetisation initially equal to about 0.5 μ G in the midplane (run C3). Apart from the strength of the field, these runs are identical to run C1.

To study the influence of the feedback scheme, we perform a series of runs identical to run C1 apart for the feedback scheme. First, we run two cases without any feedback, one purely hydrodynamical (NF2) and one with 2.5 μ G initially (NF1). Second, we consider two cases with scheme A and B, respectively (simply labelled runs A and B), and both thermal and kinetic feedback. Third, we perform a simulation with supernovae scheme C but with thermal feedback only (run C4). Fourth, we carry out a calculation with scheme D (run D).

Finally, to investigate the important issue of numerical resolution, we also present a run identical to run C1 but use another level of refinement, which leads to an effective resolution of about 2 pc. The refinement is performed when the cell density reaches a threshold of 10 cm⁻³ leading to a total number cells, which is comparable to the number of cells in the non-refined runs at this level. The results are presented in the appendix.

Table 1 summarizes the runs performed in the paper and provide consistent labels.

We show four time steps for each run. The first one is at about 25–30 Myr, the second at 40 Myr and the third at about 55–60 Myr. For the fourth, we select a time step of about 90 Myr for runs C1 and C2 and about 65–70 Myr for runs A, D, and NF1. The first time step, have been chosen at the beginning of the star forming phase (see Fig. 13) and the second at about 10 Myr later because the SFR is typically close to its maximum. For the third time step, the SFR is nearly constant with time, and, thus, the profiles correspond to the quasi-stationary regime. This is confirmed by the last time step which show no significant evolution with respect to the third one although for runs A, D and NF1 the evolution is faster because accretion is higher and the profiles keep evolving rapidly at later times.

For the sake of conciseness, we will select the runs which we think are most relevant to emphasize the impact of the physics and of the schemes. When investigating the global disc structure (Sect. 3), we concentrate mainly on runs NF1, A, C1, C2 and D. When we investigate the multiphase ISM (Sect. 4), we restrict to runs C1 and C2. The other runs (NF2, C3 and C4) are used to quantify the influence of the supernovae scheme on the SFR (Sect. 5).

3. Global structure

In this part, we characterize the global structure of the galactic discs.

3.1. Qualitative description

Figure 1 shows the column density field along the z -axis (left panels) and y -axis (right panels) for MHD run C1 (upper panels) and hydrodynamical run C2 (lower panels). In both cases, the disc is clearly visible, although its structure is quite irregular and varies significantly from place to place. The disc is slightly thicker in the magnetized run than in the hydrodynamical one, which is a clear consequence of the magnetic support. The column density distributions appear different, with and without magnetic field. In particular, small scale fluctuations are more pronounced in the hydrodynamical run. This trend is also similar to what has been found at smaller scales (e.g., Hennebelle et al. 2008) and has been interpreted by Hennebelle (2013) as a consequence of the Kelvin-Helmholtz instability, being stabilized by the magnetic field (Ryu et al. 2000). As discussed later in the paper, this has consequences on the mass of self-gravitating objects, that form.

Figure 2 shows column densities for the run without supernovae feedback, run NF1 (upper panels), and with our feedback scheme D as described above. The disc structure is very different in both cases. When no feedback is applied, very long filaments develop across the computational box. They converge towards a region, where most of the mass accumulates. There are much less dense regions compared to run C1, and the disc is obviously thinner. This behaviour is very similar to what is reported in Hopkins et al. (2011) (see for example their Fig. 2). On the other hand, scheme D, leads to a disc whose structure is much more irregular than the structure of the disc obtained with scheme C, although the number of supernovae and their energy are identical in the two cases. This constitutes a clear confirmation to the works of previous authors (e.g., Bournaud et al. 2010; Dobbs et al. 2011; Hopkins et al. 2011) that feedback is playing a crucial role for the structure of galactic discs and (see next section) for regulating star formation. It is also clear that the correlation between the gas and the supernovae does influence significantly the galactic disc structure.

3.2. Disc density profile

One fundamental aspect for the galactic structure is the density profile and the typical thickness of the gas distribution. In the case of the Milky Way, it has been measured (e.g., Ferrière 2001) that the different phases have different distributions. They tend to be roughly Gaussian, but their thicknesses vary. The molecular gas has a full width at half maximum (FWHM) of about 120 pc, it is about 230 pc while for the atomic gas. Both the molecular and the atomic gas have a mean density of about 0.5 cm^{-3} for a total of 1 cm^{-3} .

Figure 3 shows the density distribution along the z -axis for five different models. The run C1 presents a density of about $3\text{--}4 \text{ cm}^{-3}$ and a FWHM of about 50 pc. This is also roughly the case for the hydrodynamical run C2. Comparison with run C1b shown in the Appendix reveals that numerical resolution may be partly at the origin of this discrepancy. In the run based on scheme D, the maximum density varies with time because of stronger accretion but is around $1\text{--}2 \text{ cm}^{-3}$ after 40 Myr. The FWHM is larger than in the previous cases and equal to about 100 pc. When no feedback is included, the disc tends to be thinner. For example, at times 55.8 and 64.8 Myr, the thickness is about 30 pc. A similar distribution is found at time 57.1 and 65.4 Myr with scheme A, which, as seen later, has an accretion behaviour that is very similar to the run without feedback.

3.3. Pressure support

Since the disc thickness is a direct consequence of the various supports, we present the profile along z -axis of the three relevant pressures, namely thermal, kinetic, and magnetic ones, noted P_{th} , P_{kin} and P_{mag} , respectively. While P_{th} and P_{mag} have their standard definitions, P_{kin} is taken as

$$P_{\text{kin}} = \frac{\sum v_z^2 \rho dV}{\sum dV}. \quad (8)$$

Figures 4–6 show P_{th} , P_{kin} , P_{mag} respectively, as a function of altitude.

In all models, the thermal pressure ranges between a few 10^{-13} and a few $10^{-12} \text{ erg cm}^{-3}$, which corresponds to the typical pressure in the ISM (e.g., Ferrière 2001). Its variation with the altitude, z , closely follows the density variation with the notable exception of runs NF1 and A (i.e. no or randomly distributed supernovae). For the latter, the thermal pressure is roughly constant up to an altitude at which the density is about 0.1 cm^{-3} . This is clearly due to an efficient production of warm and hot gas by supernovae explosions. Note that run D presents more variability than run C1. This is likely a consequence of the supernovae being less spatially correlated to the sink particles. When a supernova explodes in a dense regions, it tends to mimic what happens for most supernovae in run C1. When it explodes in a diffuse regions, it tends to mimic run A, where most supernovae explode in the WNM, which has the largest volume filling factor.

The kinetic pressure is typically a few times larger than the thermal one and, depending on the model, reaches values of the order of $\approx 1\text{--}3 \times 10^{-12} \text{ erg cm}^{-3}$. These values are also very similar to what is reported in related studies (e.g., Joung et al. 2009; Kim et al. 2011). Interestingly, the scale height of P_{kin} is larger than the density scale height by a factor on the order of 1.5–2 for run C1 and up to 3–4 for run C2. In the case of scheme D, it even slightly increases with altitude. As expected, in the absence of supernovae feedback, P_{kin} drops to small values rapidly.

The magnetic pressure is comparable to the thermal pressure and reaches values of the order of a few $10^{-12} \text{ erg cm}^{-3}$. It

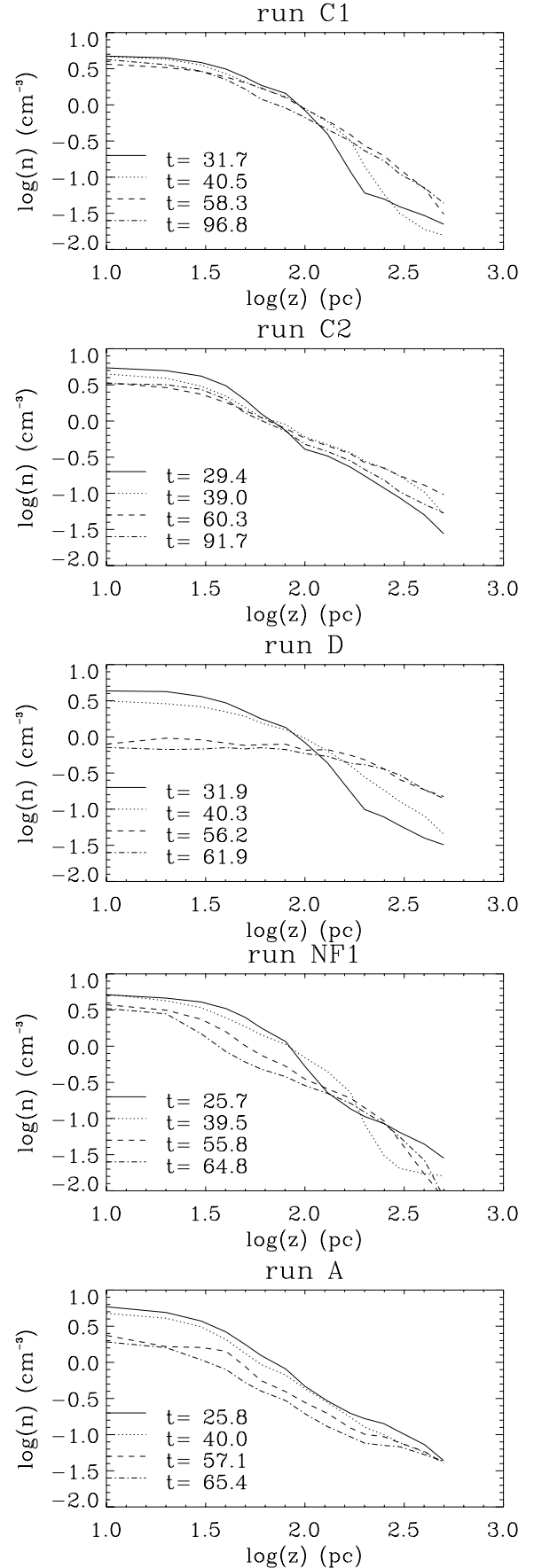


Fig. 3. Mean density profile along the z -axis for five different models (see label) at four different time steps. The disc profile is much thinner for runs NF1 and A than for runs C1, C2, and D.

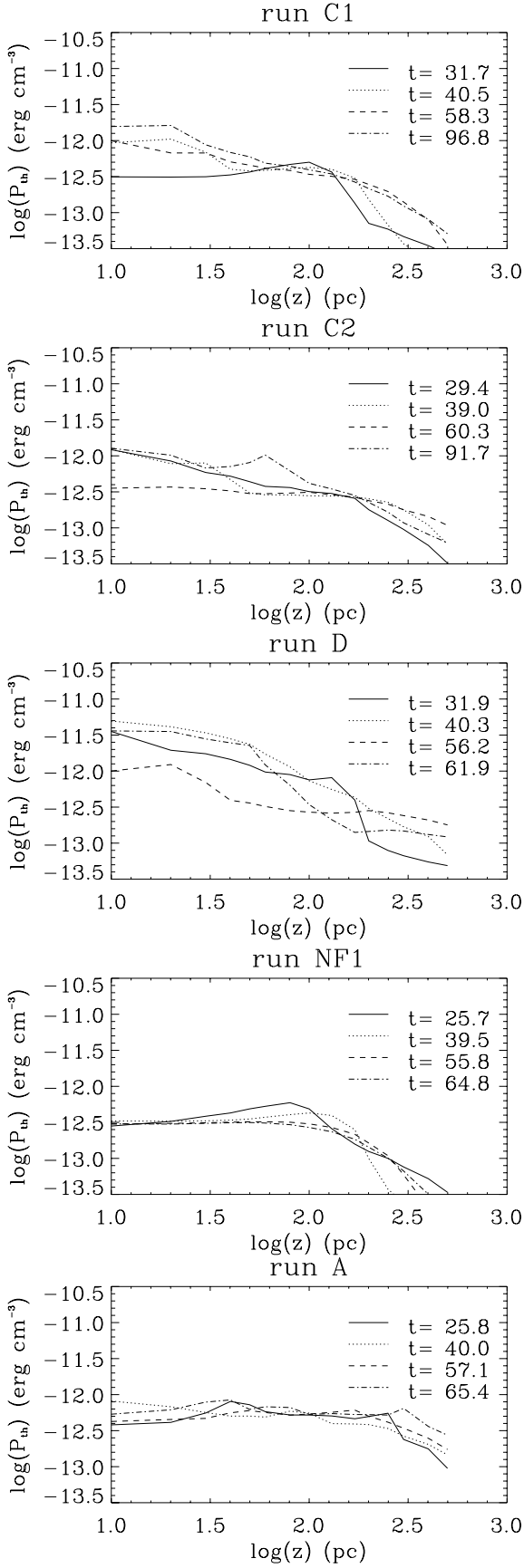


Fig. 4. Thermal pressure profile along the z -axis for five different models (see label) at four different timesteps. The largest values are obtained for run D and the smallest for run NF1, which has no feedback.

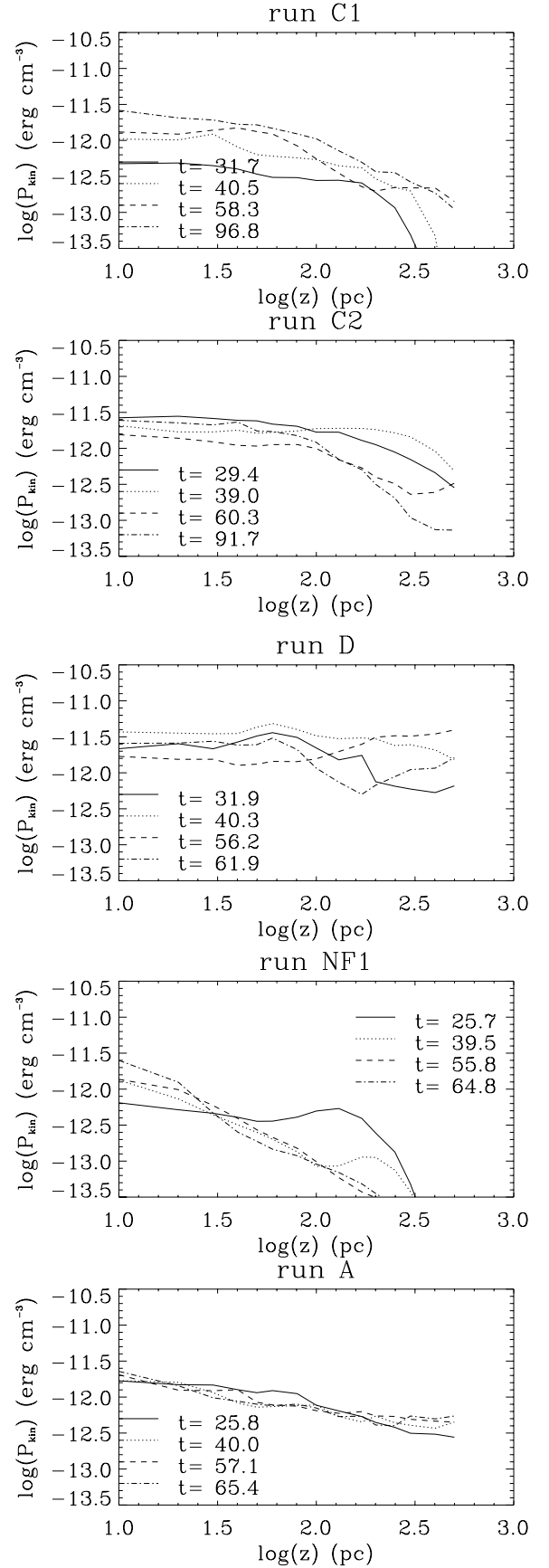


Fig. 5. Kinetic pressure profile along the z -axis for five different models (see label) at four different timesteps. Run D presents the largest values while run NF1 presents values significantly smaller than the other runs. Moreover, kinetic pressure quickly drops at higher altitude for run NF1.

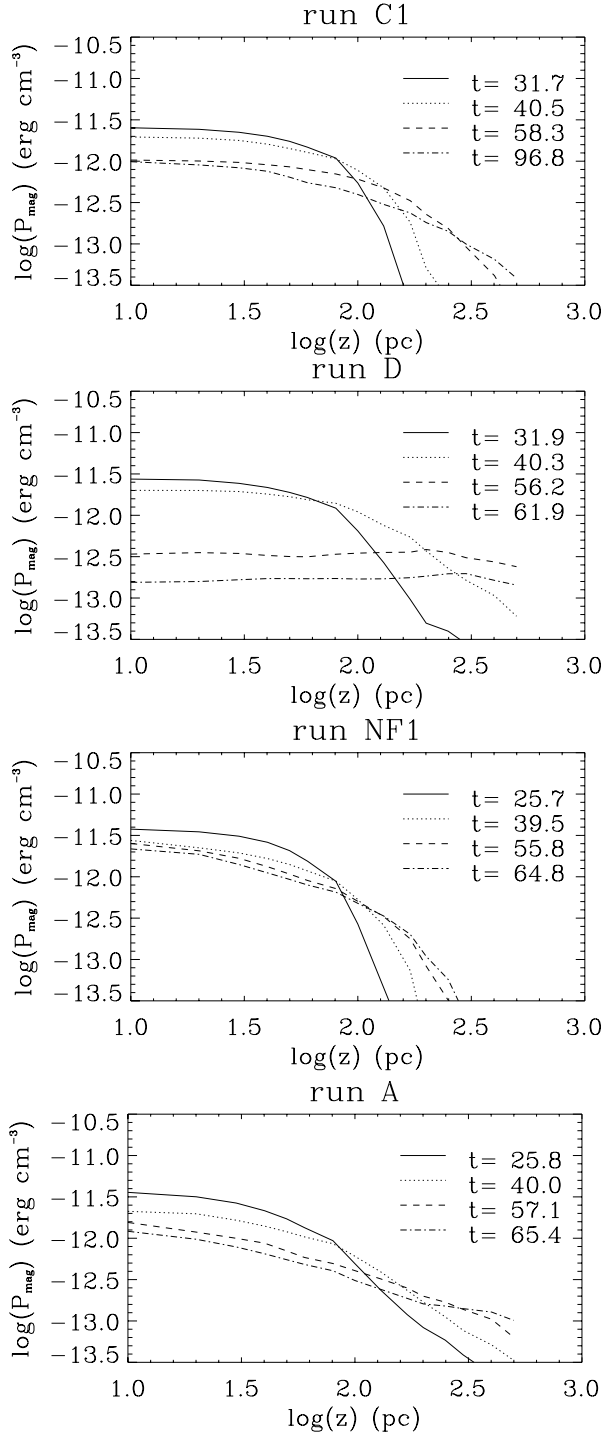


Fig. 6. Magnetic pressure profile along the z -axis for four different models (see label) at four different time steps. All runs show similar values in the midplane. For runs A, C1, and D, the profile tends to become shallower with time illustrating the transport of the magnetic flux towards higher altitude.

therefore contributes to support the galactic disc against gravity. Interestingly, while the magnetic intensity tends to decrease in the midplane as time goes on, it tends to increase with time at high altitude. This is a consequence of the generation of magnetic field through turbulence but also a consequence of the transport of the field lines by galactic outflows.

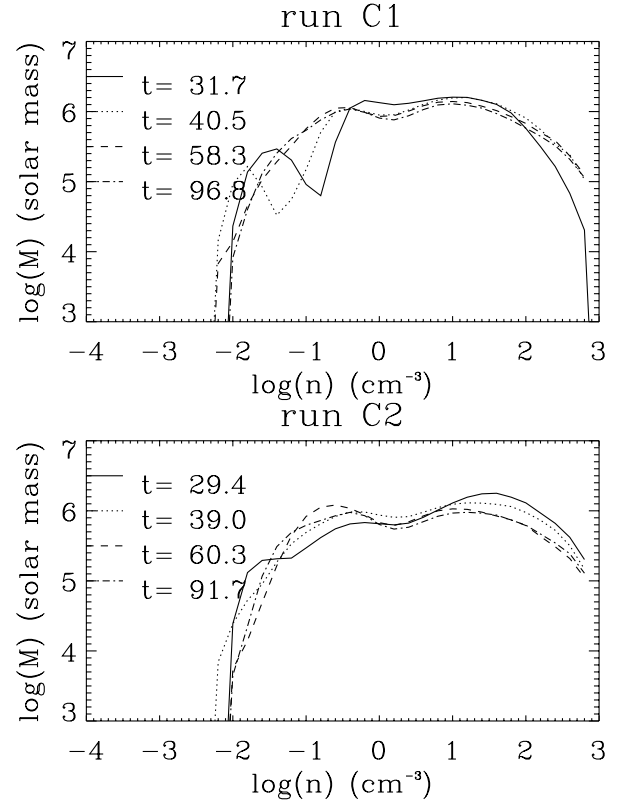


Fig. 7. Probability density function for MHD run C1 (*upper panel*) and hydrodynamical run C2 (*lower panel*). The small drop at $n \approx 2-3 \text{ cm}^{-3}$ corresponds to the thermally unstable regime, which persists in spite of the strong turbulence. The two peaks correspond to the WNM and CNM phases.

4. Multiphase ISM

In this section, we study the density, temperature and magnetic field distribution of the gas in the simulations. For conciseness, we restrict our attention to runs C1 and C2, and only stresses the most interesting differences with other runs. The comparison between runs C1 and C2 emphasizes the role that the magnetic field has to determine the characteristic of the ISM.

4.1. Density and temperature distributions

As is the case in other works (e.g., [de Avillez & Breitschwerdt 2005](#); [Joung & Mac Low 2006](#); [Hill et al. 2012](#)), the interstellar medium, which is initially uniform in density and temperature, quickly breaks up into a multiphase medium in which the density varies from less than 10^{-3} cm^{-3} to almost 10^3 cm^{-3} , while the temperature can be as high as 10^7 K and as low as a few tens of Kelvin.

Figure 7 shows the mass contribution of the various gas densities in the computational box. It is dominated by the dense gas ($n > 10 \text{ cm}^{-3}$), but a non-negligible fraction lays at lower densities, which corresponds to the WNM regime and thermally unstable gas ($0.1 < n < 10 \text{ cm}^{-3}$). Interestingly, there is a small dip in the thermally unstable regime ($n \approx 2-3 \text{ cm}^{-3}$). This indicates that in spite of the relatively high level of turbulence, typical of galactic discs (see below), the 2-phase structure ([Wolfire et al. 2003](#)) that would be obtained in a static medium, is not erased by the dynamical processes and able to persist. At early time, there is a little more dense gas in the hydrodynamical case. This is due to the magnetic support that reduces the

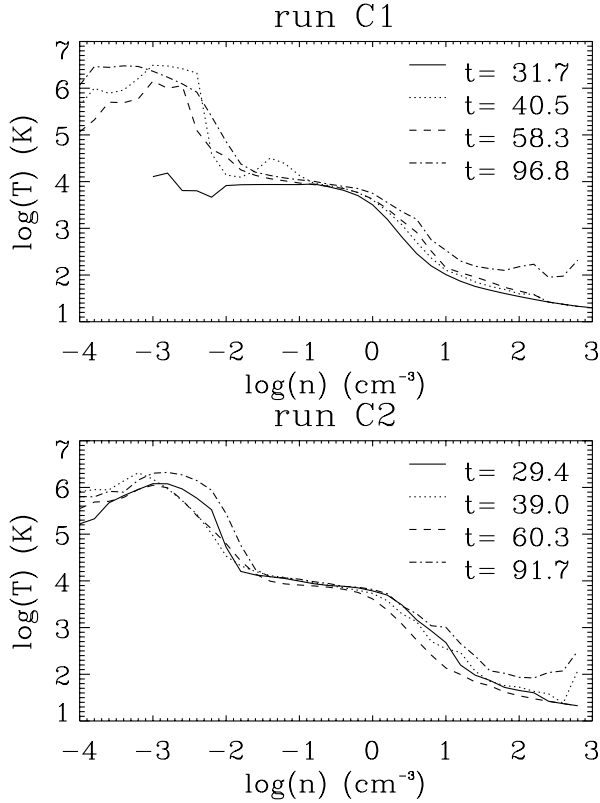


Fig. 8. Mean temperature as a function of density for run C1 (*upper panel*) and C2 (*lower panel*). As expected the temperature lies mainly in three ranges of temperature, namely 10^6 , 10^4 and 10^2 K, corresponding to the three phases of the ISM, the HIM, the WNM, and the CNM.

amount of self-gravitating gas. For run D (not displayed here for conciseness), the transition between WNM and cold neutral medium (CNM) is less pronounced, which is a consequence of the stronger turbulence in this run. These behaviours are reminiscent of what has been found in colliding flow calculations, which attempted to model the ISM at scales on the order of 10–50 pc (e.g., Audit & Hennebelle 2005, 2010; Vázquez-Semadeni et al. 2006; Hennebelle et al. 2008; Heitsch et al. 2008; Banerjee et al. 2009; Inoue & Inutsuka 2012) and also in similar supernovae regulated galaxy simulations (e.g., Dib et al. 2006; Hill et al. 2012; Kim et al. 2013). In particular, in these simulations, it has been found that the ISM quickly breaks up into a multi-phase, clumpy medium where the two-phase behaviour (i.e. present an branch of gas in thermodynamical states close to the two stable branches of thermal equilibrium) is maintained, even though the medium is largely turbulent.

Figure 8 displays the temperature distribution as a function of density. It clearly shows the existence of three main domains corresponding to the hot ionised medium ($T \approx 10^6$ K), the warm neutral medium ($T \approx 10^4$ K), and the cold neutral medium ($T < 100$ K). This is in good agreement with the classical three phase model of the interstellar medium, as described earlier, for example, in McKee & Ostriker (1977). As noted by previous authors (e.g., Gazol et al. 2001), there is gas in the thermally unstable regions ($T \approx 10^3$ K), whose existence is permitted by the turbulent motions. The two runs present similar distributions, although the transition between the warm and the cold phase (at density 1–10 cm^{-3}) is a little more shallow for the MHD run (C1) than for the hydrodynamical one (run C2). This is because the magnetic field contributes to the total pressure and

can therefore stabilize the pieces of gas that are thermally unstable. Again in run D, the three regimes are less clearly separated though the global temperature range in the simulation is similar.

The spatial distribution is illustrated by Fig. 9, which displays a cut through the equatorial plane of the density and temperature fields both for MHD run C1 and hydrodynamical run C2. As can be seen, most of the volume is found to be occupied by the warm neutral gas with temperatures of the order of 10^4 K and densities of the order of 1 cm^{-3} . The hot gas, produced within supernovae explosions, occupies only a small fraction of the volume. Interestingly, the structures in the hydrodynamical and MHD runs have a slightly different shape. As already discussed in the previous section, the dense clouds in the hydrodynamical simulations tend to be more fragmented and on average slightly smaller (see also Fig. 1).

4.2. Velocity dispersion

In the supernovae regulated numerical simulations (e.g., Slyz et al. 2005; de Avillez & Breitschwerdt 2005; Joung & Mac Low 2006; Hill et al. 2012; Kim et al. 2011, 2013; Gent et al. 2013), the kinetic energy, which decays through the turbulent cascade, is replenished by the supernovae explosions. The velocity dispersion in the computational box is the result of a balance between injection and dissipation, as emphasized, for example, in Mac Low & Klessen (2004), who present orders of magnitude suggesting that supernovae explosions can explain the velocity dispersion observed in the Milky Way to be of the order of 6 km s^{-1} .

Figure 10 displays the rms z -component of the velocity field weighted by density

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{\sum v_z^2 \rho dz}{\sum \rho dz}}. \quad (9)$$

Close to the equatorial plane, σ_z is of the order of 4–5 km s^{-1} for run C1 and 5–6 km s^{-1} for run C2. At a higher altitude, the velocity dispersion increases to values of about 8–10 km s^{-1} at 100 pc for run C1 and 8–15 km s^{-1} for run C2. This is essentially due to the gas density getting lower at higher altitude. These values are again similar to what has been previously reported in similar studies (see e.g., Fig. 4 of Kim et al. 2013) and can be understood by relatively simple considerations. Following Mac Low & Klessen (2004), we can simply estimate the amount of mechanical energy, which dissipates in the turbulent cascade as $\dot{E}_{\text{diss}} = M\sigma^2/\tau$, where M is the total mass of the system, τ is the crossing time, and σ the total velocity dispersion. Assuming that $\tau = h/\sigma$, where h is the total scale height, we get $\dot{E}_{\text{diss}} = M\sigma^3/h$, where \dot{E}_{diss} is the energy dissipated per units of time. The amount of energy, which is injected by the supernovae into the system, is simply $\dot{E}_{\text{inj}} = \epsilon \dot{N}_{\text{sn}} \times 10^{51} \text{ erg}$, where \dot{N}_{sn} is the density of supernovae per units of time and ϵ is the efficiency at which turbulence is triggered. Equating these two rates, we get

$$\sigma = \left(\frac{\epsilon \dot{N}_{\text{sn}} h \times 10^{51} \text{ erg}}{M} \right)^{1/3}. \quad (10)$$

To estimate the value of σ , we take values typical for the Milky way. These values are also representative of our simulation parameters. We take a mass of $10^{10} M_{\odot}$, a frequency of supernovae $\dot{N}_{\text{sn}} = 1/50 \text{ yr}^{-1}$, a height $h = 100 \text{ pc}$, and an efficiency $\epsilon = 0.1$, we get

$$\sigma \approx 8 \text{ km s}^{-1} \left(\frac{\epsilon}{0.1} \frac{\dot{N}_{\text{sn}}}{1/50 \text{ yr}^{-1}} \frac{h}{100 \text{ pc}} \frac{10^{10} M_{\odot}}{M} \right)^{1/3}. \quad (11)$$

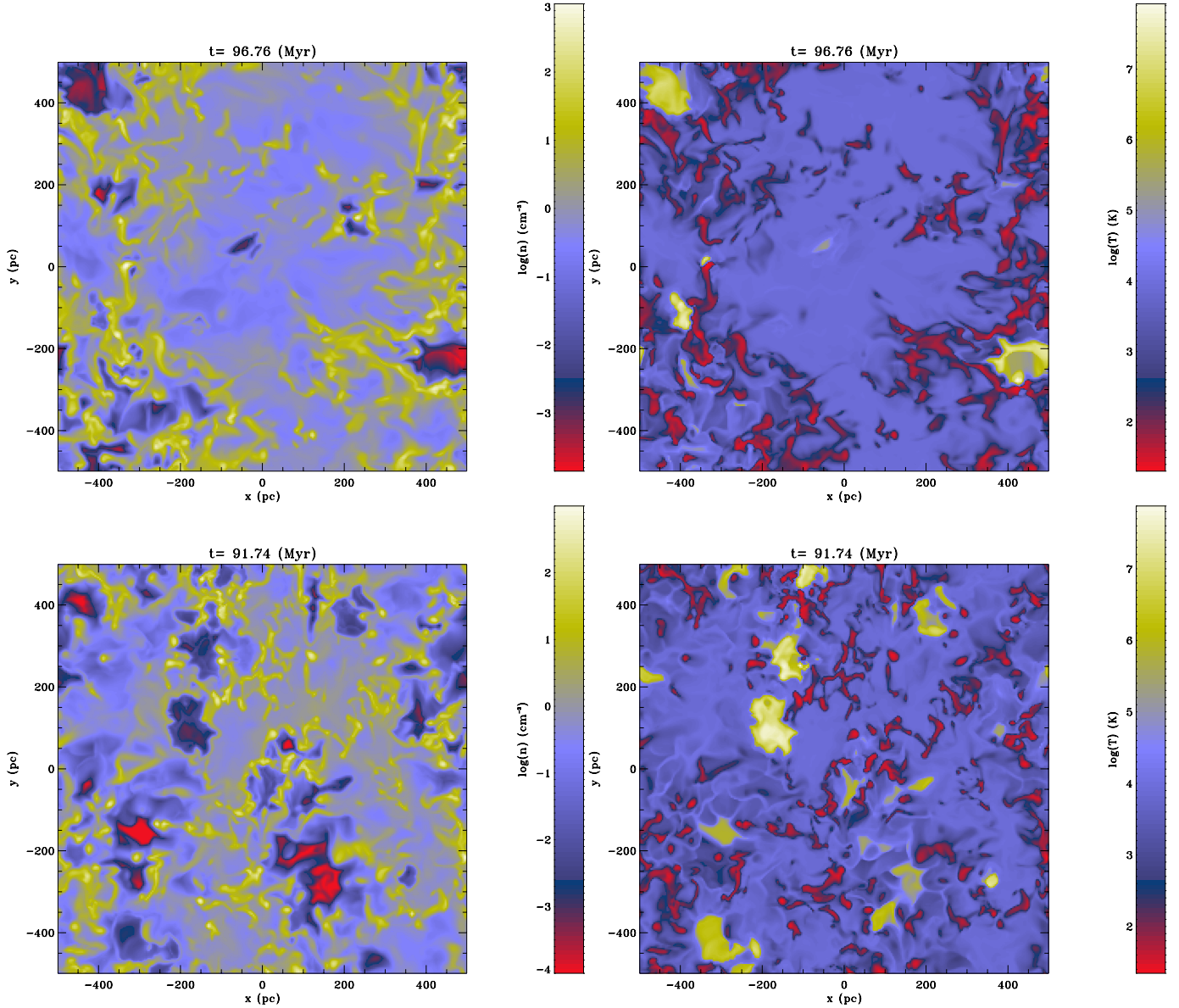


Fig. 9. Density (*left column*) and temperature (*right column*) fields in the equatorial plane for the MHD run C1 (*upper panel*) and the hydrodynamical run C2 (*lower panels*). The figures illustrate the multi-phase nature of the interstellar medium. Most of the volume is filled by warm neutral gas with temperature of about 8000 K. A tiny fraction is occupied by the hot phase at temperature larger than 10^6 K.

This value is thus in good agreement with the velocity dispersion inferred from the simulations and from the observations. Due to the weak dependence in all parameters (to the power 1/3), it is relatively unsurprising to find that the velocity dispersion generally does not undergo large variations. We note that the fluctuations in the hydrodynamical run C2 (*lower panel*) appear to be quite large with respect to the MHD run C1 (*upper panel*). This is likely a consequence of the higher SFR (see below) found in the hydrodynamical case. This results in a stronger feedback.

Finally, since stars mainly form in the dense gas, it is important to understand the star formation process to know more accurately how velocity dispersion depends on the gas density. For that purpose Fig. 11 displays the rms velocity field (taking the three components into account) weighted by density as a function of density in the whole computational box. As expected, the velocity dispersion is weaker in the dense gas than in the diffuse one by a factor of about 2. Typical velocity dispersion in the dense gas is on the order of $4\text{--}5\text{ km s}^{-1}$.

4.3. Distribution of magnetic intensity

Figure 12 shows the magnetic intensity as a function of altitude (*upper panel*) and density (*lower panel*). At the mean density of the galactic disc, i.e. $n \simeq 2\text{--}3\text{ cm}^{-3}$, the magnetic intensity is about $3\text{--}5\text{ }\mu\text{G}$, which is also the mean value up to an altitude of about 100 pc. This is coherent with the values of about $5\text{ }\mu\text{G}$ reported by Heiles & Troland (2005). At higher densities, the magnetic intensity increases and reaches values of about $10\text{ }\mu\text{G}$ at densities of about 10^2 cm^{-3} . Note that this corresponds to a rather shallow variation of the magnetic intensity with density as observed in the diffuse gas (e.g., Troland & Heiles 1986). On the one hand, the exact reason of this weak correlation is most likely due to the Lorentz force, that resists contraction perpendicular to the field lines (Hennebelle & Péroult 2000; Passot & Vázquez-Semadeni 2003). On the other hand, it is also partly due to the turbulent diffusivity, which has also been observed to play an important role in numerical simulations (e.g.,

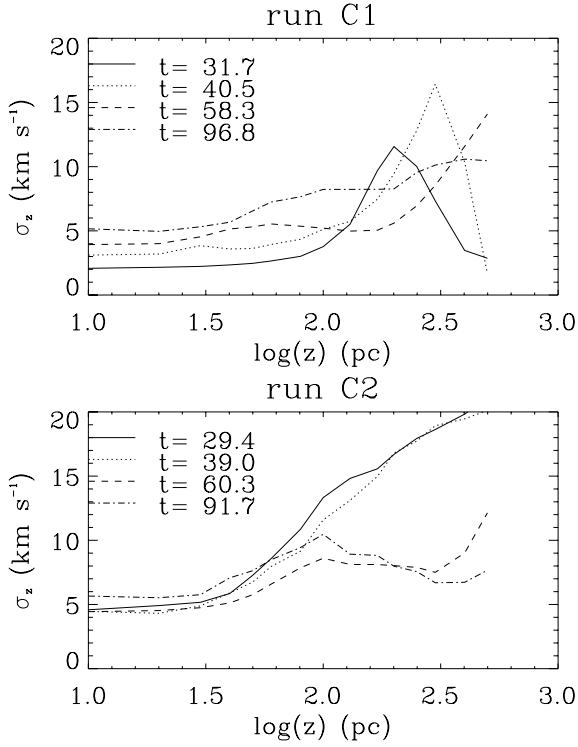


Fig. 10. Root mean square value of v_z as a function of z (see text) for MHD run C1 and hydrodynamical run C2. Typical values are about 4–5 km s⁻¹ at the midplane.

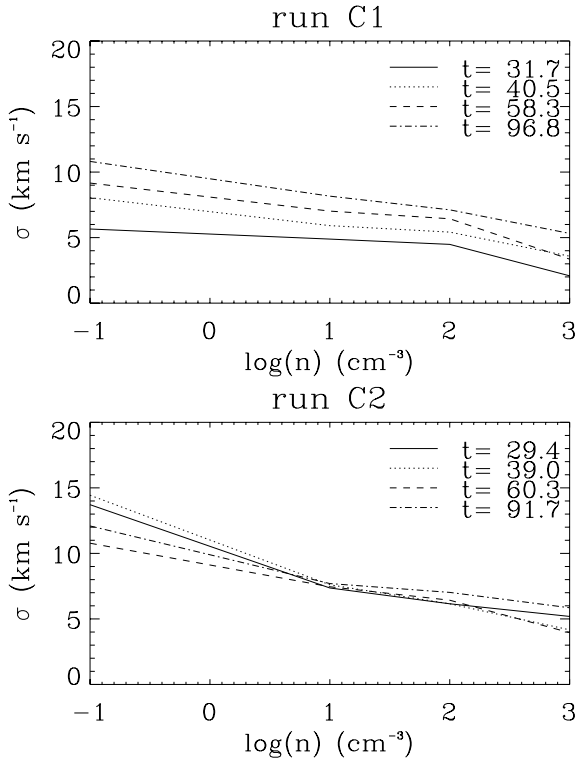


Fig. 11. Root mean square velocity as a function of density for MHD run C1 and hydrodynamical run C2.

Lazarian & Vishniac 1999; Santos-Lima et al. 2010; Hennebelle et al. 2011). For densities below $n \approx 10^{-2}$ cm⁻³, a steep drop is observed with density. This is due to the fast expansions produced by supernovae explosions, which tend to dilute the magnetic intensity very significantly.

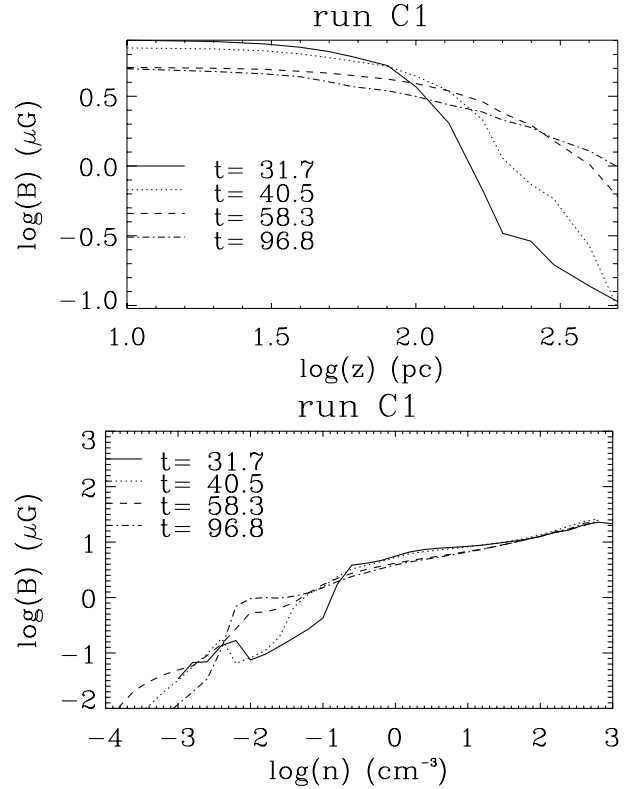


Fig. 12. Mean magnetic intensity as a function of z and as a function of density. Note in particular that typical values of about 5 μ G are being obtained in the midplane. Between 1 and 10³ cm⁻³, the magnetic intensity weakly varies with the density.

5. Star formation rate, sink mass function, and outflows

We now investigate the characteristics of the star formation in the simulations. This is achieved through the sink particles described in Sect. 2.3. We first quantify the total mass of the sink particles, which represents the SFR in the simulations. We then study the mass distribution, which is the sink mass function of some of our models. Finally, we study the outflows, which are launched at high altitude and eventually escape the computational box.

5.1. Star formation rates

Figure 13 shows the total mass of the sink particles as a function of time in the simulations. Upper panel shows the influence of the sink particle prescription, while lower panel shows the influence of the magnetisation. Before commenting on the difference between the various models, we first discuss the main trends and numbers. For all models (except run B), accretion onto sink particles starts between 20 and 30 Myr. In about 10–20 Myr, the total accreted mass varies between a few 10^5 to $\approx 10^7 M_\odot$. As discussed below, these differences are due to the various feedback prescriptions and magnetisations. At later times, all models tend to reach a phase of stationary accretion at a rate, which ranges from about 10^{-2} to $\approx 10^{-1} M_\odot \text{ yr}^{-1}$. It is worth comparing these values with the typical $3 M_\odot \text{ yr}^{-1}$ at which Milky way is forming stars. To do so, one must first correct for the volume of our computational box. Since most stars form in the Milky way inside the solar circle whose radius is about 8 kpc and since the size of the computational domain is equal to 1 kpc, a geometrical factor of $\pi \times 8^2 \approx 200$ should be taken into account.

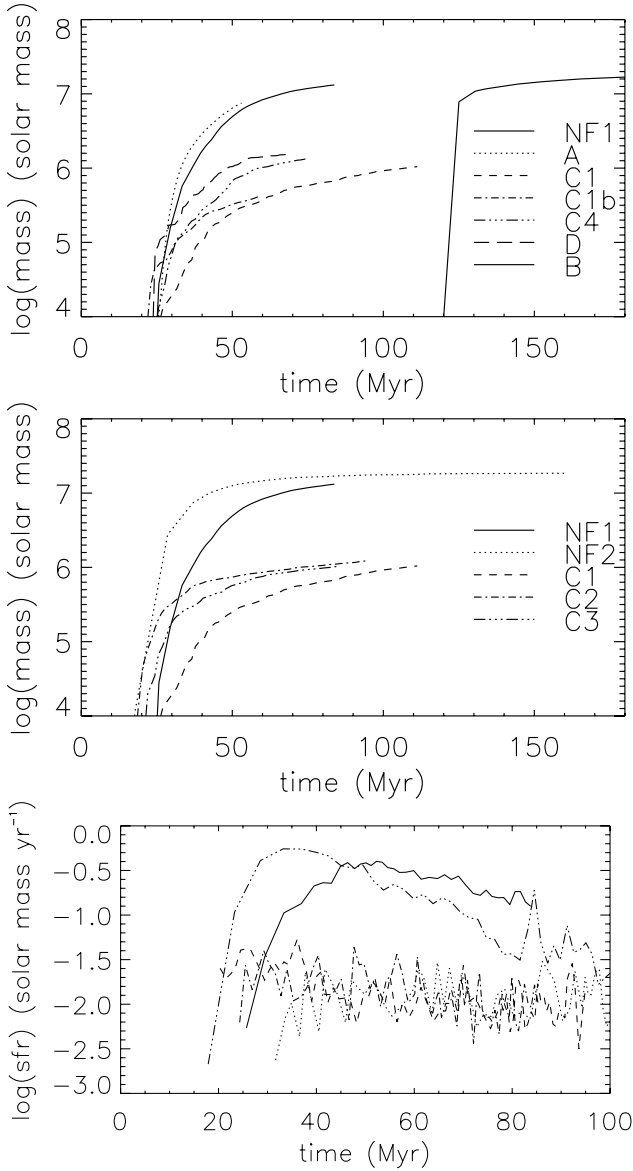


Fig. 13. Total mass of sink particles as a function of time for the various models. *Upper panel* shows the influence of the supernova feedback scheme, while *middle and lower panels* show the influence of the magnetic field. The *lower panel* shows the SFR (i.e. time derivative of mass) corresponding to *middle panel*. In the *upper panel*, run B corresponds to the solid curve, which starts at 120 Myr. The runs with feedback present SFR that are typically 10 to 30 times smaller. Magnetic field reduces the SFR by a factor on the order of 2.

However, it should also be accounted for that the efficiency of the mass eventually accreted into the stars is only a fraction of the mass that is accreted onto the cores. This value is not known with great accuracy but has been estimated to be of the order of $1/3$ (e.g., [Alves et al. 2007](#)). We note that the sink particles used in this study are at this stage much larger than dense molecular cores. Therefore, it could be that the efficiency should be even lower than this value. Combining these two numbers, we find that for a galaxy like the Milky way, our models would predict a SFR ranging from about 1 to $20 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$. Given the large uncertainties, the first value appears in reasonable agreement with the galactic one.

5.1.1. Influence of feedback prescriptions

All models displayed in the top panel of Fig. 13 have initial conditions identical to run C1, which have an initial magnetic field whose initial intensity in the midplane is about $2.5 \mu\text{G}$.

First of all, the large difference between the solid line (run NF1) and the dashed line (run C1) confirms the drastic influence of the feedback on the SFR, which is reduced by a factor of 20-30. This constitutes a strong hint that feedback can be largely responsible to solve the long standing issue of the so-called Zuckermann-Evans catastrophe ([Zuckerman & Evans 1974](#)). If all the molecular gas of the Milky way was collapsing in a free-fall time, about $300 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ of stars would form in the Galaxy.

Second of all, when the supernovae are not correlated to density (run A), the feedback is not only unable to reduce the SFR but also this latter is even slightly higher. Since most of the volume is occupied by warm gas, most of the supernovae therefore explodes in low density regions. Their net effect is to further compress the dense gas. When the supernovae are correlated with the density peak (run B), it takes a long time before sinks can form because the dense gas is efficiently dispersed. However, once sinks start forming, they are unable to reduce the accretion rate since the supernovae are not correlated locally in space and in time with accretion but simply with the densest cell in the simulation. Therefore SFRs comparable to the run without feedback are obtained.

Third, runs C4 and D show that SFR larger by a factor of 2–3 are obtained when the feedback is either purely thermal or less tightly correlated to the sink particles. Given that these two aspects are largely uncertain, this illustrates the limit of this modeling and suggests that the typical accuracy of these models is at best on the order of a factor 2–3. Note that another severe source of uncertainties comes from the time at which supernovae are introduced. In particular, if a delay of tens of Myr is introduced, SFR comparable to the ones of run NF1 are obtained. This suggests that to get more accurate models, it is necessary to have a better description of the small scales and in particular of the formation and evolution of massive stars up to the point where they explode. Ideally, this would require running a set of specific small scale simulations to quantify the impact of the feedback more accurately.

5.1.2. Influence of magnetisation

All models displayed in middle and bottom panel of Fig. 13 are performed with either no feedback (runs NF1 and NF2) or with the same feedback scheme (scheme C). Different levels of magnetisation are compared.

In the hydrodynamical run C2, stars start forming a few Myr before run C1. The SFR is initially significantly reduced compared to run C2. At later time, they become, however, comparable. These effects are a consequence of the magnetic support, which contribute to resist the gravitational contraction but also to the probability density function (PDF) that is narrower in the presence of a magnetic field ([Molina et al. 2012](#)). A similar effect is obtained for the two runs without feedback (runs NF1 and NF2), for which it is seen that the SFR is a little higher in the hydrodynamical case than in the MHD one.

Interestingly, even when the magnetic field is rather weak ($0.5 \mu\text{G}$ initially), it still has a visible impact and reduces the SFR by a factor of about 50% during the first 20 Myr after star formation has started. This is because the magnetic field is quickly amplified to larger values.

This effect is quantitatively comparable to what has been inferred at smaller scales by various teams, who investigate star formation in substantially magnetized, though supercritical clouds. For example, [Price & Bate \(2008\)](#) simulate the collapse of a self-gravitating clump while [Dib et al. \(2010\)](#) and [citetpadoan+2011](#) perform self-gravitating, MHD calculations within periodic boxes. They all infer that magnetic field reduces the SFR by half. The exact reason of this lower value has not been analysed in great detail so far, but it is likely a consequence of the magnetic support, which tends to resist gravity and the somehow narrower density PDF, which tends to reduce the SFR ([Hennebelle & Chabrier 2013](#)).

5.2. Mass function of sink particles

Figure 14 shows the sink mass function for various models and at four time steps from which one can verify that the trends discussed below are not due to a time selection. For runs C1 and C2, a large number of sinks form (about 400 and 700 respectively for run C1 and run C2). Their masses span about three orders of magnitude. Given the limited numerical resolution of the present study, many features of the distribution must be taken with great care. In particular, the peak at about $10^3 M_\odot$ would certainly shift to smaller values in more resolved runs (e.g., [Hennebelle & Audit 2007](#)). There is a possible trend for a power-law developing at large masses (in the range $\approx 3 \times 10^3 - 10^4 M_\odot$) with an exponent compatible with ≈ -1 . However, the limited resolution precludes a firm conclusion. We note that the number of fragments has also been found to be reduced by a factor of about two in massive collapsing magnetised clumps. This is a clear consequence of the cold gas being more coherent and less fragmented. As noted previously, the reason is that the magnetic field makes the flow more coherent, since it tends to connect fluid particles linked by the magnetic field lines (e.g., [Hennebelle 2013](#)).

The sink mass function obtained when no feedback is included (run NF1) is quite different. There are much less sink particles (about 70), and most of them have a mass larger than $10^4 M_\odot$. Indeed, the most massive sink particle has in this case a mass equal to a few $10^6 M_\odot$. This behaviour is again a consequence of the absence of feedback. The gas tends to concentrate in a few locations under the influence of gravity. The sink mass function obtained for run D is in between the one obtained for run C1 and run NF1. This illustrates again that the stellar feedback is less efficient in supporting the gas against gravitational collapse in run D.

5.3. Galactic outflows

The existence of galactic outflows is now well established (see [Veilleux et al. 2005](#), for a recent review) in many galaxies. The typical scale height at which these outflows are observed is of the order of several tens of kpc, which is much larger than the scale of the present simulation. The box length is also equal to only 1 kpc, and we do not have a proper halo structure, which influences the flow launching (e.g., [Dubois & Teyssier 2008](#)). It is nevertheless worth quantifying them, because supernovae are believed to be largely responsible of their launching.

Figure 15 shows the mass flux as a function of the altitude z for four time steps and four models. As can be seen, it varies significantly with time and altitude from typically a few 10^{-2} to a few $10^{-1} M_\odot \text{ yr}^{-1}$. Taking into account that the surface of the box is 1 kpc^2 , this would lead to a flux of about $\pi \times 8^2 \approx 200$ times larger for a galaxy similar to ours, which is a few solar mass to a

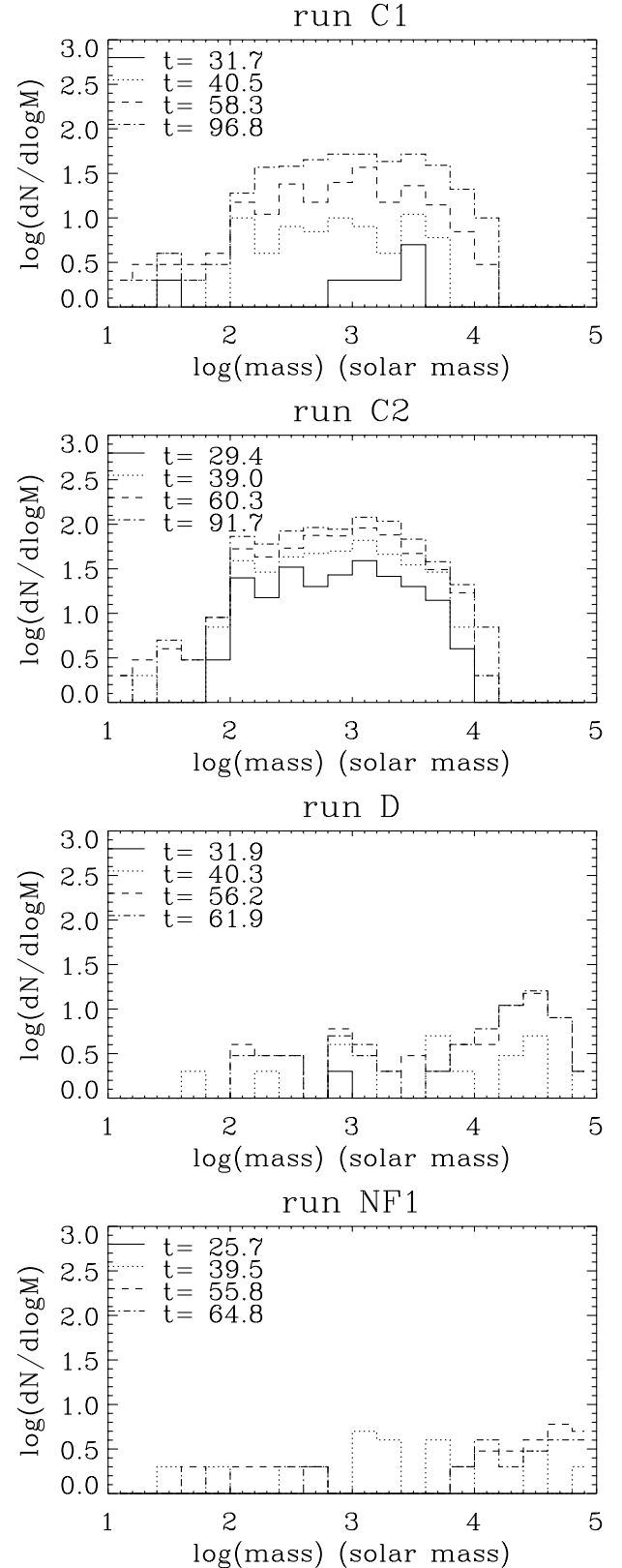


Fig. 14. Sink mass spectra for four models at four time steps. In the case with no feedback, there are typically few massive sink particles, while a broader distribution develops when feedback is included.

few tens or solar mass per year. These values are typical of what is measured for galactic outflows ([Veilleux et al. 2005](#)).

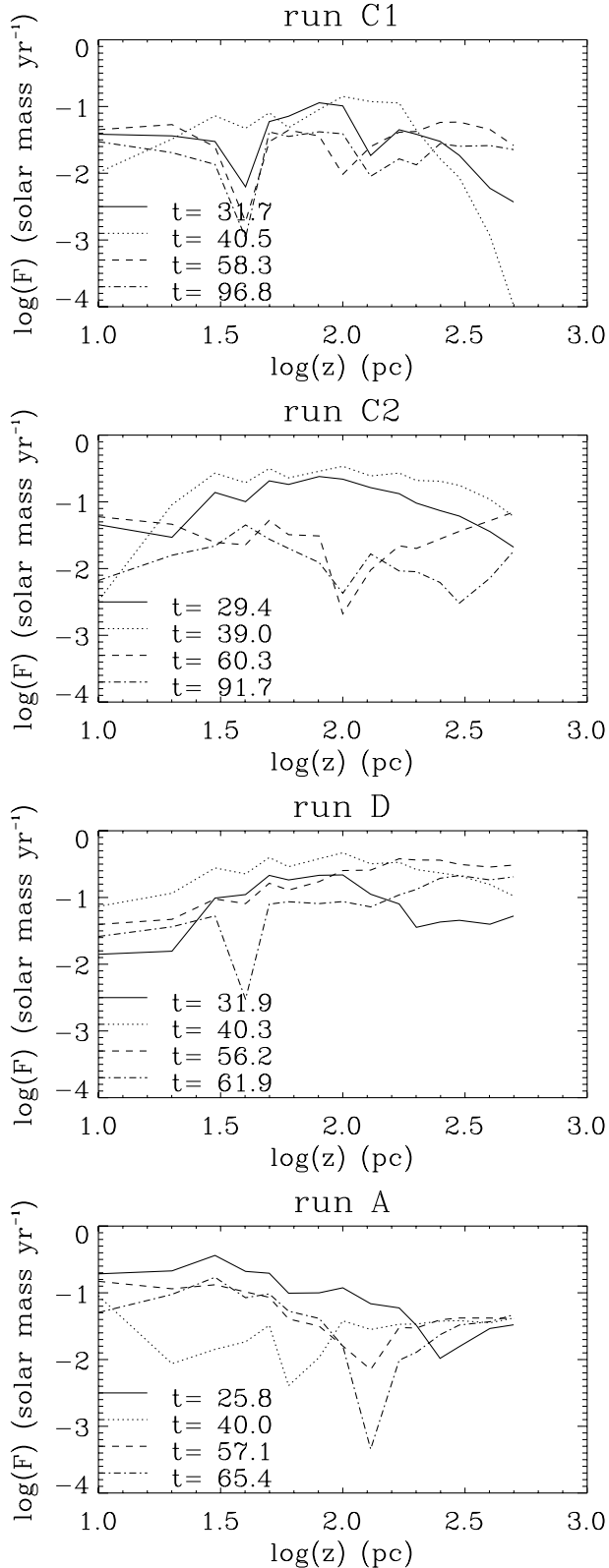


Fig. 15. Mean flux of mass along the z -axis for five different models (see label) at four different time steps. The largest values are obtained for scheme D.

Another interesting trend is that the mass flux broadly correlates with the SFR (see Fig. 13). For run C1 (top panel), the peak value of the mass flux is about three times smaller than what is obtained for run D (third panel). Comparing the mean value at the computational box edges ($z = 500$ pc), the ratio between the

fluxes of run C1 and D leads to somewhat larger values of about 5–10. This is likely a consequence of the dual role of supernovae explosions, which are responsible for the regulation of star formation through energy and momentum injection in the dense gas but also for the launching of the galactic outflows through injection onto the diffuse gas. Since the two processes are linked, it is expected that larger SFR lead to stronger outflows, as they imply more feedback. Indeed the SFR ratio for run D and C1 is about 3 (from upper panel of Fig. 13), which is comparable with the value of 3 quoted above, but a little too small to explain the second value obtained at the box edges. This may indicate that another effect must be considered. We believe that more energy and momentum tend to be injected in the diffuse gas in run D than in run C1 since the supernovae explode further from the sink particles than in run C1. Since the outflows are primarily made by diffuse quickly expanding material, it seems reasonable that the efficiency with which they are produced is higher in run C1 than in run D.

6. Conclusion

We have performed a series of numerical simulations describing a galactic disc regulated by supernovae feedback at kpc scale. Our simulations include both magnetic field and self-gravity. In particular, we have explored the influence of various schemes to prescribe the supernovae feedback. Our simulations reproduce many features already found by other authors, such as multi-phase density, temperature distributions or velocity dispersion, typically of the order of 5 km s^{-1} in the galactic plane. Our results are as follows. When the supernovae are randomly distributed, they drive the interstellar turbulence but are unable to resist self-gravity efficiently, and the SFR is as high (even slightly higher) as when no feedback is included. When supernovae are correlated to the density peaks, they efficiently limit star formation by preventing the gas to become too dense. However, as time goes on, dense gas eventually develops. When sink particles are being introduced, then the SFR is as high as its value without feedback.

When supernovae are spatially and temporally correlated to star formation events, the SFR is significantly reduced by a factor of the order of ten or more. However, we find that the exact implementation of the supernovae does influence the galactic disc structure and the SFR significantly. In particular, if the supernovae are distributed in a shell of about 16 pc around the sink particles, the accretion rate is higher by a factor of about three than if they are randomly placed within a sphere of radius equal to 16 pc. In a similar way, if the feedback is purely thermal, the SFR is about twice than if it had 5% of kinetic feedback. This implies that detailed knowledge of how the feedback operates on small scales is mandatory to understand its impact with sufficient precision. In particular, the correlation between the massive stars and the dense star forming gas should be determined using small scale simulations.

The magnetic field has a significant impact. It delays and reduces star formation by a half. It also tends to reduce the number of star formation regions (e.g., sink particles) by half, therefore producing slightly bigger star forming regions. Finally, it should be kept in mind that the magnetic field has an important impact on the fragmentation of massive cores that it tends to reduce significantly (Commerçon et al. 2011; Myers et al. 2013). This implies that more massive stars form when a magnetic field is strong. Since feedback is a non-linear function of

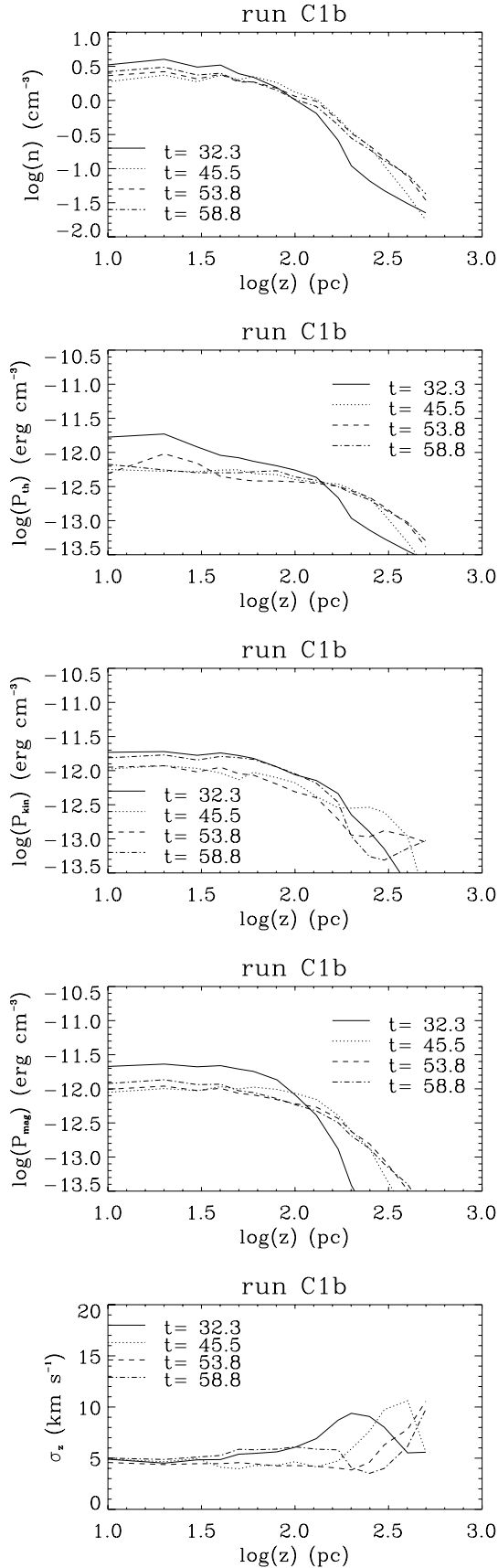


Fig. A.1. Mean density, z -velocity dispersion, kinetic, thermal, and magnetic profile along the z -axis for run C1b at four different time steps. These results should be compared with the corresponding quantities for run C1 displayed in Figs. 3–10.

the stellar masses and since feedback drastically influences the galactic structure and evolution, it is likely that the impact of the magnetic field on galaxy evolution is probably even larger than what is estimated here.

Acknowledgements. We thank the anonymous referee for a careful reading of the manuscript which has significantly improved the paper. This work was granted access to HPC resources of CINES under the allocation x2014047023 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif). P.H. acknowledge the financial support of the Agence National pour la Recherche through the COSMIS project. This research has received funding from the European Research Council under the European Community's Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013 Grant Agreement No. 306483).

Appendix: The issue of numerical convergence

To investigate the issue of numerical convergence, we present the various profiles for run C1b, which is identical to run C1 but has an effective resolution that this twice as large. As can be seen from Fig. A.1 and Figs. 3–10, which displayed the results for run C1, the profiles present some moderate differences for the two cases implying that numerical convergence is not fully reached. In particular, the density profile is slightly less peaked for run C1b than for run C1. Similarly, the rms velocity is about 5 km s^{-1} for run C1b, while it is equal to about $4\text{--}4.5 \text{ km s}^{-1}$ for run C1. The pressures, however, present very comparable values and profiles between the two runs. Altogether, this shows that the quantities, which characterize the disc structure, are reasonably described at the resolution used in the paper.

References

- Agertz, O., Kravtsov, A. V., Leitner, S. N., & Gnedin, N. Y. 2013, *ApJ*, 770, 25
 Alves, J., Lombardi, M., & Lada, C. J. 2007, *A&A*, 462, L17
 Audit, E., & Hennebelle, P. 2005, *A&A*, 433, 1
 Audit, E., & Hennebelle, P. 2010, *A&A*, 511, A76
 Banerjee, R., Vázquez-Semadeni, E., Hennebelle, P., & Klessen, R. S. 2009, *MNRAS*, 398, 1082
 Beck, A. M., Dolag, K., Lesch, H., & Kronberg, P. P. 2013, *MNRAS*, 435, 3575
 Blondin, J. M., Wright, E. B., Borkowski, K. J., & Reynolds, S. P. 1998, *ApJ*, 500, 342
 Bournaud, F., Elmegreen, B. G., Teyssier, R., Block, D. L., & Puerari, I. 2010, *MNRAS*, 409, 1088
 Chevalier, R. A. 1977, *ARA&A*, 15, 175
 Commerçon, B., Hennebelle, P., & Henning, T. 2011, *ApJ*, 742, L9
 Crutcher, R. M. 2012, *ARA&A*, 50, 29
 Dale, J. E., Ercolano, B., & Bonnell, I. A. 2012, *MNRAS*, 424, 377
 Dale, J. E., Ercolano, B., & Bonnell, I. A. 2013, *MNRAS*, 430, 234
 de Avillez, M. A., & Breitschwerdt, D. 2004, *A&A*, 425, 899
 de Avillez, M. A., & Breitschwerdt, D. 2005, *A&A*, 436, 585
 de Avillez, M. A., & Breitschwerdt, D. 2007, *ApJ*, 665, L35
 Dib, S., Bell, E., & Burkert, A. 2006, *ApJ*, 638, 797
 Dib, S., Hennebelle, P., Pineda, J. E., et al. 2010, *ApJ*, 723, 425
 Dobbs, C. L., Burkert, A., & Pringle, J. E. 2011, *MNRAS*, 417, 1318
 Dobbs, C. L., Krumholz, M. R., Ballesteros-Paredes, J., et al. 2013 [[arXiv:1312.3223](https://arxiv.org/abs/1312.3223)]
 Dubois, Y., & Teyssier, R. 2008, *A&A*, 477, 79
 Faucher-Giguère, C.-A., Quataert, E., & Hopkins, P. F. 2013, *MNRAS*, 433, 1970
 Ferrière, K. M. 2001, *Rev. Mod. Phys.*, 73, 1031
 Fromang, S., Hennebelle, P., & Teyssier, R. 2006, *A&A*, 457, 371
 Gazol, A., Vázquez-Semadeni, E., Sánchez-Salcedo, F. J., & Scalo, J. 2001, *ApJ*, 557, L121
 Gent, F. A., Shukurov, A., Fletcher, A., Sarson, G. R., & Mantere, M. J. 2013, *MNRAS*, 432, 1396
 Heiles, C., & Troland, T. H. 2005, *ApJ*, 624, 773
 Heitsch, F., Hartmann, L. W., & Burkert, A. 2008, *ApJ*, 683, 786
 Hennebelle, P. 2013, *A&A*, 556, A153
 Hennebelle, P., & Audit, E. 2007, *A&A*, 465, 431
 Hennebelle, P., & Chabrier, G. 2013, *ApJ*, 770, 150
 Hennebelle, P., & Pérault, M. 2000, *A&A*, 359, 1124

- Hennebelle, P., Banerjee, R., Vázquez-Semadeni, E., Klessen, R. S., & Audit, E. 2008, *A&A*, 486, L43
- Hennebelle, P., Commerçon, B., Joos, M., et al. 2011, *A&A*, 528, A72
- Hill, A. S., Joung, M. R., Mac Low, M.-M., et al. 2012, *ApJ*, 750, 104
- Hopkins, P. F., Quataert, E., & Murray, N. 2011, *MNRAS*, 417, 950
- Inoue, T., & Inutsuka, S.-i. 2012, *ApJ*, 759, 35
- Joung, M. K. R., & Mac Low, M.-M. 2006, *ApJ*, 653, 1266
- Joung, M. R., Mac Low, M.-M., & Bryan, G. L. 2009, *ApJ*, 704, 137
- Kim, C.-G., Kim, W.-T., & Ostriker, E. C. 2011, *ApJ*, 743, 25
- Kim, C.-G., Ostriker, E. C., & Kim, W.-T. 2013, *ApJ*, 776, 1
- Krumholz, M. R., McKee, C. F., & Klein, R. I. 2004, *ApJ*, 611, 399
- Kuijken, K., & Gilmore, G. 1989, *MNRAS*, 239, 571
- Lazarian, A., & Vishniac, E. T. 1999, *ApJ*, 517, 700
- Leroy, A. K., Walter, F., Brinks, E., et al. 2008, *AJ*, 136, 2782
- Mac Low, M.-M. 2013, *Science*, 340, 1229229
- Mac Low, M.-M., & Klessen, R. S. 2004, *Rev. Mod. Phys.*, 76, 125
- Matzner, C. D. 2002, *ApJ*, 566, 302
- McKee, C. F., & Ostriker, J. P. 1977, *ApJ*, 218, 148
- Molina, F. Z., Glover, S. C. O., Federrath, C., & Klessen, R. S. 2012, *MNRAS*, 423, 2680
- Myers, A. T., McKee, C. F., Cunningham, A. J., Klein, R. I., & Krumholz, M. R. 2013, *ApJ*, 766, 97
- Ostriker, E. C., McKee, C. F., & Leroy, A. K. 2010, *ApJ*, 721, 975
- Padoan, P., & Nordlund, Å. 2011, *ApJ*, 730, 40
- Pakmor, R., & Springel, V. 2013, *MNRAS*, 432, 176
- Passot, T., & Vázquez-Semadeni, E. 2003, *A&A*, 398, 845
- Price, D. J., & Bate, M. R. 2008, *MNRAS*, 385, 1820
- Renaud, F., Bournaud, F., Emsellem, E., et al. 2013, *MNRAS*, 436, 1836
- Ryu, D., Jones, T. W., & Frank, A. 2000, *ApJ*, 545, 475
- Santos-Lima, R., Lazarian, A., de Gouveia Dal Pino, E. M., & Cho, J. 2010, *ApJ*, 714, 442
- Shu, F. H., Adams, F. C., & Lizano, S. 1987, *ARA&A*, 25, 23
- Slyz, A. D., Devriendt, J. E. G., Bryan, G., & Silk, J. 2005, *MNRAS*, 356, 737
- Sutherland, R. S., & Dopita, M. A. 1993, *ApJS*, 88, 253
- Tasker, E. J. 2011, *ApJ*, 730, 11
- Tasker, E. J., & Bryan, G. L. 2006, *ApJ*, 641, 878
- Teyssier, R. 2002, *A&A*, 385, 337
- Toomre, A. 1964, *ApJ*, 139, 1217
- Troland, T. H., & Heiles, C. 1986, *ApJ*, 301, 339
- Vázquez-Semadeni, E., Ryu, D., Passot, T., González, R. F., & Gazol, A. 2006, *ApJ*, 643, 245
- Veilleux, S., Cecil, G., & Bland-Hawthorn, J. 2005, *ARA&A*, 43, 769
- Wang, P., & Abel, T. 2009, *ApJ*, 696, 96
- Wolfire, M. G., McKee, C. F., Hollenbach, D., & Tielens, A. G. G. M. 2003, *ApJ*, 587, 278
- Zuckerman, B., & Evans, II, N. J. 1974, *ApJ*, 192, L149

Annexe B

Figures supplémentaires

Ce chapitre ne contient que des figures illustratives, mentionnées dans le corps du manuscrit. Elles ne seront pas commentées en détails.

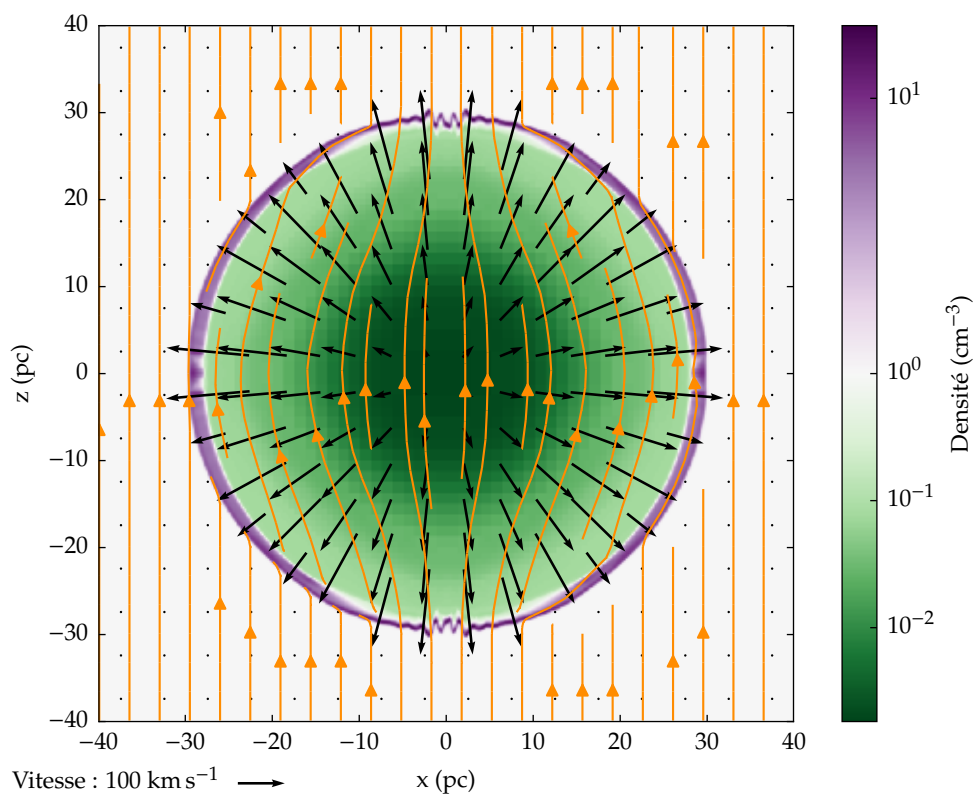


FIGURE B.1 – Vue en coupe d’une simulation de supernova dans un milieu uniforme (voir chapitre 5).
Flèches : champ de vitesse. *Lignes* : lignes de champ magnétique. *Figure citée en section 6.3.4.2.*

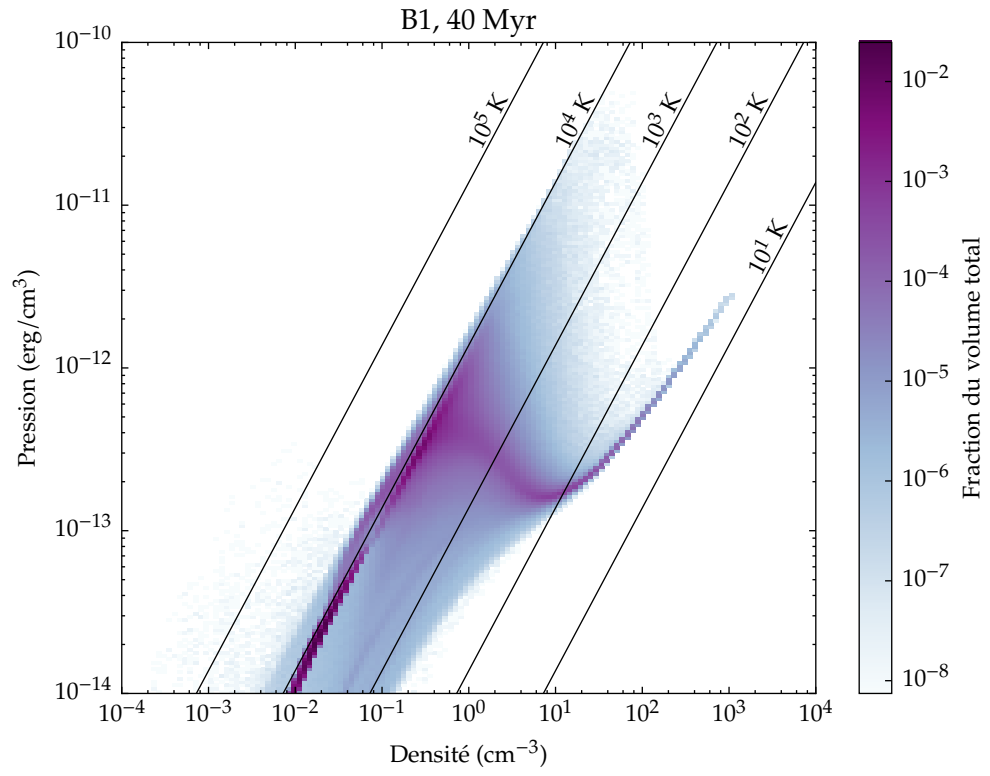


FIGURE B.2 – Distribution du gaz en fonction de la densité et de la pression pour la simulation B1, au bout de 40 Myr. *Figure citée en section 6.3.5.2.*

Bibliographie

On a cru qu'apprendre à lire serait un progrès pour l'homme, on fête toujours comme une victoire le recul de l'analphabétisme, on juge sévèrement les pays où il y a une forte proportion d'analphabètes, on pense que la lecture est un moyen de liberté. Or cela est très contestable car l'important n'est pas de savoir lire mais de savoir ce qu'on lit, de raisonner sur ce qu'on lit, d'exercer un esprit critique sur la lecture. En dehors de cela, la lecture n'a aucun sens.

Jacques Ellul

- ADELSON-VELSKII, G. M., & LANDIS, E. M. 1962. An algorithm for the organization of information. *Soviet Mathematics Doklady*, **3**, 1259–1262.
- AGERTZ, O., KRAVTSOV, A. V., LEITNER, S. N., & GNEDIN, N. Y. 2013. Toward a Complete Accounting of Energy and Momentum from Stellar Feedback in Galaxy Formation Simulations. *The Astrophysical Journal*, **770**(June), 25.
- ALVES, J., LOMBARDI, M., & LADA, C. J. 2007. The mass function of dense molecular cores and the origin of the IMF. *Astronomy & Astrophysics*, **462**(Jan.), L17–L21.
- AMDAHL, G. M. 1967. Validity of the Single Processor Approach to Achieving Large Scale Computing Capabilities. *Pages 483–485 of: Proceedings of the April 18-20, 1967, Spring Joint Computer Conference. AFIPS '67 (Spring)*. New York, NY, USA : ACM.
- ANDRÉ, P., WARD-THOMPSON, D., & BARSONY, M. 2000. From Prestellar Cores to Protostars : the Initial Conditions of Star Formation. *Page 59 of: MANNINGS, V., BOSS, A. P., & RUSSELL, S. S. (eds), ProtoStars and Planets IV*. University of Arizona Press, Tucson.
- ANDRÉ, P., MEN'SHCHIKOV, A., BONTEMPS, S., KÖNYVES, V., MOTTE, F., SCHNEIDER, N., DIDE-LON, P., MINIER, V., SARACENO, P., WARD-THOMPSON, D., DI FRANCESCO, J., WHITE, G., MOLINARI, S., TESTI, L., ABERGEL, A., GRIFFIN, M., HENNING, T., ROYER, P., MERÍN, B., VAVREK, R., ATTARD, M., ARZUMANIAN, D., WILSON, C. D., ADE, P., AUSSEL, H., BALUTEAU, J.-P., BENEDETTINI, M., BERNARD, J.-P., BLOMMAERT, J. A. D. L., CAMBRÉSY, L., COX, P., DI GIORGIO, A., HARGRAVE, P., HENNEMANN, M., HUANG, M., KIRK, J., KRAUSE, O., LAUNHARDT, R., LEEKS, S., LE PENNEC, J., LI, J. Z., MARTIN, P. G., MAURY, A., OLOFSSON, G., OMONT, A., PERETTO,

- N., PEZZUTO, S., PRUSTI, T., ROUSSEL, H., RUSSEL, D., SAUVAGE, M., SIBTHORPE, B., SICILIA-AGUILAR, A., SPINOGLIO, L., WAELENS, C., WOODCRAFT, A., & ZAVAGNO, A. 2010. From filamentary clouds to prestellar cores to the stellar IMF : Initial highlights from the Herschel Gould Belt Survey. *Astronomy & Astrophysics*, **518**(July), L102.
- AUDIT, E., & HENNEBELLE, P. 2005. Thermal condensation in a turbulent atomic hydrogen flow. *Astronomy & Astrophysics*, **433**(Apr.), 1–13.
- AVILLEZ, M. A., & BREITSCHWERT, D. 2005. Global dynamical evolution of the ISM in star forming galaxies. I. High resolution 3D simulations : Effect of the magnetic field. *Astronomy & Astrophysics*, **436**(June), 585–600.
- BAKES, E. L. O., & TIELENS, A. G. G. M. 1994. The photoelectric heating mechanism for very small graphitic grains and polycyclic aromatic hydrocarbons. *The Astrophysical Journal*, **427**(June), 822–838.
- BALLESTEROS-PAREDES, J., KLESSEN, R. S., MAC LOW, M.-M., & VÁZQUEZ-SEMADENI, E. 2007. Molecular Cloud Turbulence and Star Formation. *Pages 63–80 of: REIPURTH, B., JEWITT, D., & KEIL, K. (eds), ProtoStars and Planets V*. University of Arizona Press, Tucson.
- BALLESTEROS-PAREDES, J., HARTMANN, L. W., VÁZQUEZ-SEMADENI, E., HEITSCH, F., & ZAMORA-AVILÉS, M. A. 2011. Gravity or turbulence ? Velocity dispersion-size relation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **411**(Feb.), 65–70.
- BANERJEE, R., VÁZQUEZ-SEMADENI, E., HENNEBELLE, P., & KLESSEN, R. S. 2009. Clump morphology and evolution in MHD simulations of molecular cloud formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **398**(Sept.), 1082–1092.
- BLAAUW, A. 1961. On the origin of the O- and B-type stars with high velocities (the "run-away" stars), and some related problems. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, **15**(May), 265.
- BLEULER, A., & TEYSSIER, R. 2014. Towards a more realistic sink particle algorithm for the RAMSES CODE. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **445**(Dec.), 4015–4036.
- BLEULER, A., TEYSSIER, R., CARASSOU, S., & MARTIZZI, D. 2015. PHEW : a parallel segmentation algorithm for three-dimensional AMR datasets. Application to structure detection in self-gravitating flows. *Computational Astrophysics and Cosmology*, **2**(June), 5.
- BLONDIN, J. M., WRIGHT, E. B., BORKOWSKI, K. J., & REYNOLDS, S. P. 1998. Transition to the Radiative Phase in Supernova Remnants. *The Astrophysical Journal*, **500**(June), 342.
- BOLDYREV, S. 2005. On the Spectrum of Magnetohydrodynamic Turbulence. *The Astrophysical Journal, Letters*, **626**(June), L37–L40.
- BOLDYREV, S. 2006. Spectrum of Magnetohydrodynamic Turbulence. *Physical Review Letters*, **96**(11), 115002.
- BONDI, H. 1952. On spherically symmetrical accretion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **112**, 195.
- BOUCHAUD, J. P., MÉZARD, M., & PARISI, G. 1995. Scaling and intermittency in Burgers turbulence. *Physical Review E*, **52**(Oct.), 3656–3674.

- BOURNAUD, F., ELMEGREEN, B. G., TEYSSIER, R., BLOCK, D. L., & PUERARI, I. 2010. ISM properties in hydrodynamic galaxy simulations : turbulence cascades, cloud formation, role of gravity and feedback. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **409**(Dec.), 1088–1099.
- BROGAN, C. L., GELFAND, J. D., GAENSLER, B. M., KASSIM, N. E., & LAZIO, T. J. W. 2006. Discovery of 35 New Supernova Remnants in the Inner Galaxy. *The Astrophysical Journal, Letters*, **639**(Mar.), L25–L29.
- BURBIDGE, E. M., BURBIDGE, G. R., FOWLER, W. A., & HOYLE, F. 1957. Synthesis of the Elements in Stars. *Reviews of Modern Physics*, **29**, 547–650.
- CASTOR, J., MCCRAY, R., & WEAVER, R. 1975. Interstellar bubbles. *The Astrophysical Journal, Letters*, **200**(Sept.), L107–L110.
- CHEN, Y., JIANG, B., ZHOU, P., SU, Y., ZHOU, X., LI, H., & ZHANG, X. 2014 (Jan.). Molecular Environments of Supernova Remnants. *Pages 170–177 of: RAY, A., & MCCRAY, R. A. (eds), Supernova Environmental Impacts*. IAU Symposium, vol. 296.
- CHEVALIER, R. A. 1974. The Evolution of Supernova Remnants. Spherically Symmetric Models. *The Astrophysical Journal*, **188**(Mar.), 501–516.
- CHEVALIER, R. A. 1982. Self-similar solutions for the interaction of stellar ejecta with an external medium. *The Astrophysical Journal*, **258**(July), 790–797.
- CHEVALIER, R. A. 1999. Supernova Remnants in Molecular Clouds. *The Astrophysical Journal*, **511**(Feb.), 798–811.
- CHOMIUK, L., & POVICH, M. S. 2011. Toward a Unification of Star Formation Rate Determinations in the Milky Way and Other Galaxies. *The Astronomical Journal*, **142**(Dec.), 197.
- CHU, Y.-H., & MAC LOW, M.-M. 1990. X-rays from superbubbles in the Large Magellanic Cloud. *The Astrophysical Journal*, **365**(Dec.), 510–521.
- CIOFFI, D. F., MCKEE, C. F., & BERTSCHINGER, E. 1988. Dynamics of radiative supernova remnants. *The Astrophysical Journal*, **334**(Nov.), 252–265.
- CLARET, A. 2004. New grids of stellar models including tidal-evolution constants up to carbon burning. I. From 0.8 to 125 M_{\odot} at $Z=0.02$. *Astronomy & Astrophysics*, **424**(Sept.), 919–925.
- COLELLA, P., & WOODWARD, P. R. 1984. The Piecewise Parabolic Method (PPM) for Gas-Dynamical Simulations. *Journal of Computational Physics*, **54**(Sept.), 174–201.
- COOK, S. A. 1971. The Complexity of Theorem-proving Procedures. *Pages 151–158 of: Proceedings of the Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*. STOC '71. New York, NY, USA : ACM.
- COOLEY, J. W., & TUKEY, J. W. 1965. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation*, **19**(90), 297–301.
- COURANT, R., ISAACSON, E., & REES, M. 1952. On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **5**(3), 243–255.

- CRUTCHER, R. M. 2012. Magnetic Fields in Molecular Clouds. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **50**(Sept.), 29–63.
- CRUTCHER, R. M., WANDELT, B., HEILES, C., FALGARONE, E., & TROLAND, T. H. 2010. Magnetic Fields in Interstellar Clouds from Zeeman Observations : Inference of Total Field Strengths by Bayesian Analysis. *The Astrophysical Journal*, **725**(Dec.), 466–479.
- DALE, J. E. 2015. The modelling of feedback in star formation simulations. *New Astronomy Reviews*, **68**(Oct.), 1–33.
- DALE, J. E., ERCOLANO, B., & BONNELL, I. A. 2012. Ionizing feedback from massive stars in massive clusters - II. Disruption of bound clusters by photoionization. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **424**(July), 377–392.
- DALE, J. E., ERCOLANO, B., & BONNELL, I. A. 2013. Ionizing feedback from massive stars in massive clusters - III. Disruption of partially unbound clouds. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **430**(Mar.), 234–246.
- DALE, J. E., NGOUMOU, J., ERCOLANO, B., & BONNELL, I. A. 2014. Before the first supernova : combined effects of H II regions and winds on molecular clouds. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **442**(July), 694–712.
- DOBBS, C. L., BURKERT, A., & PRINGLE, J. E. 2011. The properties of the interstellar medium in disc galaxies with stellar feedback. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **417**(Oct.), 1318–1334.
- DOBBS, C. L., KRUMHOLZ, M. R., BALLESTEROS-PAREDES, J., BOLATTO, A. D., FUKUI, Y., HEYER, M., LOW, M.-M. M., OSTRICKER, E. C., & VÁZQUEZ-SEMADENI, E. 2014. Formation of Molecular Clouds and Global Conditions for Star Formation. *Pages 3–26 of*: BEUTHER, H., KLESSEN, R. S., DULLEMOND, C. P., & HENNING, T. (eds), *ProtoStars and Planets VI*. University of Arizona Press, Tucson.
- DOBROWOLNY, M., MANGENEY, A., & VELTRI, P. 1980. Fully developed anisotropic hydromagnetic turbulence in interplanetary space. *Physical Review Letters*, **45**(July), 144–147.
- DRAINE, B. T. 1978. Photoelectric heating of interstellar gas. *The Astrophysical Journal, Supplement*, **36**(Apr.), 595–619.
- DUBOIS, Y., & TEYSSIER, R. 2008. On the onset of galactic winds in quiescent star forming galaxies. *Astronomy & Astrophysics*, **477**(Jan.), 79–94.
- DUCHÊNE, G. 2011 (Apr.). Pre-main sequence disks. *Pages 45–48 of*: ALVES, J., ELMEGREEN, B. G., GIRART, J. M., & TRIMBLE, V. (eds), *Computational Star Formation*. IAU Symposium, vol. 270.
- DUQUENNOY, A., & MAYOR, M. 1991. How Many Single Stars Among Solar Type Stars ? *Pages 39–43 of*: HEIDMANN, J., & KLEIN, M. J. (eds), *Bioastronomy : The Search for Extraterrestrial Life – The Exploration Broadens*. Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, vol. 390.
- ELMEGREEN, B. G. 1991. Cloud formation by combined instabilities in galactic gas layers - Evidence for a Q threshold in the fragmentation of shearing wavelets. *The Astrophysical Journal*, **378**(Sept.), 139–156.

- ELMEGREEN, B. G., & ELMEGREEN, D. M. 1987. H I superclouds in the inner Galaxy. *The Astrophysical Journal*, **320**(Sept.), 182–198.
- ELMEGREEN, B. G., & SCALO, J. 2004. Interstellar Turbulence I : Observations and Processes. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **42**(Sept.), 211–273.
- EVANS, C. R., & HAWLEY, J. F. 1988. Simulation of magnetohydrodynamic flows - A constrained transport method. *The Astrophysical Journal*, **332**(Sept.), 659–677.
- FALGARONE, E., PETY, J., & HILY-BLANT, P. 2009. Intermittency of interstellar turbulence : extreme velocity-shears and CO emission on milliparsec scale. *Astronomy & Astrophysics*, **507**(Nov.), 355–368.
- FEDERRATH, C. 2013. On the universality of supersonic turbulence. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **436**(Dec.), 1245–1257.
- FEDERRATH, C., & KLESSEN, R. S. 2012. The Star Formation Rate of Turbulent Magnetized Clouds : Comparing Theory, Simulations, and Observations. *The Astrophysical Journal*, **761**(Dec.), 156.
- FEDERRATH, C., KLESSEN, R. S., & SCHMIDT, W. 2008. The Density Probability Distribution in Compressible Isothermal Turbulence : Solenoidal versus Compressive Forcing. *The Astrophysical Journal, Letters*, **688**(Dec.), L79.
- FEDERRATH, C., ROMAN-DUVAL, J., KLESSEN, R. S., SCHMIDT, W., & MAC LOW, M.-M. 2010. Comparing the statistics of interstellar turbulence in simulations and observations. Solenoidal versus compressive turbulence forcing. *Astronomy & Astrophysics*, **512**(Mar.), A81.
- FERRIÈRE, K. M. 2001. The interstellar environment of our galaxy. *Reviews of Modern Physics*, **73**(Oct.), 1031–1066.
- FIELD, G. B. 1965. Thermal Instability. *The Astrophysical Journal*, **142**(Aug.), 531.
- FLECK, JR., R. C. 1996. Scaling Relations for the Turbulent, Non-Self-gravitating, Neutral Component of the Interstellar Medium. *The Astrophysical Journal*, **458**(Feb.), 739.
- FRANCO, J., TENORIO-TAGLE, G., & BODENHEIMER, P. 1990. On the formation and expansion of H II regions. *The Astrophysical Journal*, **349**(Jan.), 126–140.
- FROMANG, S., HENNEBELLE, P., & TEYSSIER, R. 2006. A high order Godunov scheme with constrained transport and adaptive mesh refinement for astrophysical magnetohydrodynamics. *Astronomy & Astrophysics*, **457**(Oct.), 371–384.
- FUKUI, Y., MORIGUCHI, Y., TAMURA, K., YAMAMOTO, H., TAWARA, Y., MIZUNO, N., ONISHI, T., MIZUNO, A., UCHIYAMA, Y., HIRAGA, J., TAKAHASHI, T., YAMASHITA, K., & IKEUCHI, S. 2003. Discovery of Interacting Molecular Gas toward the TeV Gamma-Ray Peak of the SNR G 347.3–0.5. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, **55**(Oct.), L61–L64.
- GALTIER, S., & BANERJEE, S. 2011. Exact Relation for Correlation Functions in Compressible Isothermal Turbulence. *Physical Review Letters*, **107**(13), 134501.
- GATTO, A., WALCH, S., LOW, M.-M. M., NAAB, T., GIRICHIDIS, P., GLOVER, S. C. O., WÜNSCH, R., KLESSEN, R. S., CLARK, P. C., BACZYNSKI, C., PETERS, T., OSTRICKER, J. P., IBÁÑEZ-MEJÍA, J. C., & HAID, S. 2015. Modelling the supernova-driven ISM in different environments. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **449**(May), 1057–1075.

- GEEN, S., ROSDAHL, J., BLAIZOT, J., DEVRIENDT, J., & SLYZ, A. 2015a. A detailed study of feedback from a massive star. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **448**(Apr.), 3248–3264.
- GEEN, S., HENNEBELLE, P., TREMBLIN, P., & ROSDAHL, J. 2015b. Photoionization feedback in a self-gravitating, magnetized, turbulent cloud. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **454**(Dec.), 4484–4502.
- GENT, F. A., SHUKUROV, A., FLETCHER, A., SARSON, G. R., & MANTERE, M. J. 2013. The supernova-regulated ISM - I. The multiphase structure. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **432**(June), 1396–1423.
- GOLDREICH, P., & SRIDHAR, S. 1995. Toward a theory of interstellar turbulence. 2 : Strong alfvénic turbulence. *The Astrophysical Journal*, **438**(Jan.), 763–775.
- GOLDSMITH, P. F. 2001. Molecular Depletion and Thermal Balance in Dark Cloud Cores. *The Astrophysical Journal*, **557**(Aug.), 736–746.
- GRAPPIN, R., FRISCH, U., POUQUET, A., & LEORAT, J. 1982. Alfvénic fluctuations as asymptotic states of MHD turbulence. *Astronomy & Astrophysics*, **105**(Jan.), 6–14.
- GRAPPIN, R., LEORAT, J., & POUQUET, A. 1983. Dependence of MHD turbulence spectra on the velocity field-magnetic field correlation. *Astronomy & Astrophysics*, **126**(Sept.), 51–58.
- GUILLET, T., & TEYSSIER, R. 2011. A simple multigrid scheme for solving the Poisson equation with arbitrary domain boundaries. *Journal of Computational Physics*, **230**(June), 4756–4771.
- HARTEN, A., LAX, P. D., & VAN LEER, B. 1983. On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *SIAM Review*, **25**(1), 35–61.
- HEILES, C., & TROLAND, T. H. 2005. The Millennium Arecibo 21 Centimeter Absorption-Line Survey. IV. Statistics of Magnetic Field, Column Density, and Turbulence. *The Astrophysical Journal*, **624**(May), 773–793.
- HEITHAUSEN, A., BENSCH, F., STUTZKI, J., FALGARONE, E., & PANIS, J. F. 1998. The IRAM key project : small-scale structure of pre-star forming regions. Combined mass spectra and scaling laws. *Astronomy & Astrophysics*, **331**(Mar.), L65–L68.
- HELMHOLTZ, H. 1858. Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **55**, 25–55.
- HENNEBELLE, P. 2013. On the origin of non-self-gravitating filaments in the ISM. *Astronomy & Astrophysics*, **556**(Aug.), A153.
- HENNEBELLE, P., & FALGARONE, E. 2012. Turbulent molecular clouds. *Astronomy & Astrophysics Reviews*, **20**(Nov.), 55.
- HENNEBELLE, P., & IFFRIG, O. 2014. Simulations of magnetized multiphase galactic disc regulated by supernovae explosions. *Astronomy & Astrophysics*, **570**(Oct.), A81.
- HENNEBELLE, P., BANERJEE, R., VÁZQUEZ-SEMADENI, E., KLESSEN, R. S., & AUDIT, E. 2008. From the warm magnetized atomic medium to molecular clouds. *Astronomy & Astrophysics*, **486**(Aug.), L43–L46.

- HEWITT, J. W., YUSEF-ZADEH, F., & WARDLE, M. 2009. Correlation of Supernova Remnant Masers and Gamma-Ray Sources. *The Astrophysical Journal, Letters*, **706**(Dec.), L270–L274.
- HEYER, M. H., CARPENTER, J. M., & SNELL, R. L. 2001. The Equilibrium State of Molecular Regions in the Outer Galaxy. *The Astrophysical Journal*, **551**(Apr.), 852–866.
- HILL, A. S., JOUNG, M. R., MAC LOW, M.-M., BENJAMIN, R. A., HAFFNER, L. M., KLINGENBERG, C., & WAAGAN, K. 2012. Vertical Structure of a Supernova-driven Turbulent, Magnetized Interstellar Medium. *The Astrophysical Journal*, **750**(May), 104.
- HOPKINS, P. F., QUATAERT, E., & MURRAY, N. 2011. Self-regulated star formation in galaxies via momentum input from massive stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **417**(Oct.), 950–973.
- IFFRIG, O., & HENNEBELLE, P. 2015. Mutual influence of supernovae and molecular clouds. *Astronomy & Astrophysics*, **576**(Apr.), A95.
- INOUE, T., & INUTSUKA, S.-I. 2008. Two-Fluid Magnetohydrodynamic Simulations of Converging H I Flows in the Interstellar Medium. I. Methodology and Basic Results. *The Astrophysical Journal*, **687**(Nov.), 303–310.
- INOUE, T., & INUTSUKA, S.-I. 2009. Two-Fluid Magnetohydrodynamics Simulations of Converging H I Flows in the Interstellar Medium. II. Are Molecular Clouds Generated Directly from a Warm Neutral Medium? *The Astrophysical Journal*, **704**(Oct.), 161–169.
- IROSHNIKOV, P. S. 1964. Turbulence of a Conducting Fluid in a Strong Magnetic Field. *Soviet Astronomy*, **7**(Feb.), 566.
- JANKA, H.-T. 2012. Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, **62**(Nov.), 407–451.
- JEANS, J. H. 1902. The Stability of a Spherical Nebula. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, **199**, 1–53.
- JOUNG, M. K. R., & MAC LOW, M.-M. 2006. Turbulent Structure of a Stratified Supernova-driven Interstellar Medium. *The Astrophysical Journal*, **653**(Dec.), 1266–1279.
- KAHN, F. D. 1954. The acceleration of interstellar clouds. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, **12**(Nov.), 187.
- KAUFFMANN, J., PILLAI, T., SHETTY, R., MYERS, P. C., & GOODMAN, A. A. 2010. The Mass-size Relation from Clouds to Cores. II. Solar Neighborhood Clouds. *The Astrophysical Journal*, **716**(June), 433–445.
- KHOKHLOV, A. 1998. Fully Threaded Tree Algorithms for Adaptive Refinement Fluid Dynamics Simulations. *Journal of Computational Physics*, **143**(July), 519–543.
- KIESSLING, M. K. H. 2003. Mathematical Vindications of the "Jeans Swindle". *Advances in Applied Mathematics*, **31**, 132–149.
- KIM, C.-G., & OSTRICKER, E. C. 2015a. Momentum Injection by Supernovae in the Interstellar Medium. *The Astrophysical Journal*, **802**(Apr.), 99.

- KIM, C.-G., & OSTRICKER, E. C. 2015b. Vertical Equilibrium, Energetics, and Star Formation Rates in Magnetized Galactic Disks Regulated by Momentum Feedback from Supernovae. *The Astrophysical Journal*, **815**(Dec.), 67.
- KIM, C.-G., KIM, W.-T., & OSTRICKER, E. C. 2011. Regulation of Star Formation Rates in Multiphase Galactic Disks : Numerical Tests of the Thermal/Dynamical Equilibrium Model. *The Astrophysical Journal*, **743**(Dec.), 25.
- KIM, C.-G., OSTRICKER, E. C., & KIM, W.-T. 2013. Three-dimensional Hydrodynamic Simulations of Multiphase Galactic Disks with Star Formation Feedback. I. Regulation of Star Formation Rates. *The Astrophysical Journal*, **776**(Oct.), 1.
- KOLMOGOROV, A. 1941. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, **30**, 301–305.
- KOLMOGOROV, A. N. 1962. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, **13**, 82–85.
- KRAICHNAN, R. H. 1965. Inertial-Range Spectrum of Hydromagnetic Turbulence. *Physics of Fluids*, **8**(July), 1385–1387.
- KRITSUK, A. G., NORMAN, M. L., PADOAN, P., & WAGNER, R. 2007. The Statistics of Supersonic Isothermal Turbulence. *The Astrophysical Journal*, **665**(Aug.), 416–431.
- KRITSUK, A. G., NORMAN, M. L., & WAGNER, R. 2011. On the Density Distribution in Star-forming Interstellar Clouds. *The Astrophysical Journal, Letters*, **727**(Jan.), L20.
- KRUMHOLZ, M. R. 2014. The big problems in star formation : The star formation rate, stellar clustering, and the initial mass function. *Physics Reports*, **539**(June), 49–134.
- KRUMHOLZ, M. R., MCKEE, C. F., & KLEIN, R. I. 2004. Embedding Lagrangian Sink Particles in Eulerian Grids. *The Astrophysical Journal*, **611**(Aug.), 399–412.
- KUIJKEN, K., & GILMORE, G. 1989. The Mass Distribution in the Galactic Disc - II - Determination of the Surface Mass Density of the Galactic Disc Near the Sun. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **239**(Aug.), 605–649.
- LADA, C. J., & LADA, E. A. 2003. Embedded Clusters in Molecular Clouds. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **41**, 57–115.
- LARSON, R. B. 1981. Turbulence and star formation in molecular clouds. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **194**(Mar.), 809–826.
- LAX, P. D. 1954. Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **7**(1), 159–193.
- LAX, P. D., & WENDROFF, B. 1960. Systems of conservation laws. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **13**(2), 217–237.
- LEVEQUE, R. J. 1992. *Numerical methods for conservation laws*. Springer.

- LI, Z.-Y., & NAKAMURA, F. 2006. Cluster Formation in Protostellar Outflow-driven Turbulence. *The Astrophysical Journal, Letters*, **640**(Apr.), L187–L190.
- LONDRILLO, P., & DEL ZANNA, L. 2000. High-Order Upwind Schemes for Multidimensional Magnetohydrodynamics. *The Astrophysical Journal*, **530**(Feb.), 508–524.
- MAC LOW, M.-M., & KLESSEN, R. S. 2004. Control of star formation by supersonic turbulence. *Reviews of Modern Physics*, **76**(Jan.), 125–194.
- MARTIZZI, D., FAUCHER-GIGUÈRE, C.-A., & QUATAERT, E. 2015. Supernova feedback in an inhomogeneous interstellar medium. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **450**(June), 504–522.
- MATTHAEUS, W. H., POUQUET, A., MININNI, P. D., DMITRUK, P., & BREECH, B. 2008. Rapid Alignment of Velocity and Magnetic Field in Magnetohydrodynamic Turbulence. *Physical Review Letters*, **100**(8), 085003.
- MATZNER, C. D. 2002. On the Role of Massive Stars in the Support and Destruction of Giant Molecular Clouds. *The Astrophysical Journal*, **566**(Feb.), 302–314.
- McKEE, C. F., & OSTRICKER, J. P. 1977. A theory of the interstellar medium - Three components regulated by supernova explosions in an inhomogeneous substrate. *The Astrophysical Journal*, **218**(Nov.), 148–169.
- McKEE, C. F., & ZWEIBEL, E. G. 1992. On the virial theorem for turbulent molecular clouds. *The Astrophysical Journal*, **399**(Nov.), 551–562.
- MIYOSHI, T., & KUSANO, K. 2005. A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, **208**(Sept.), 315–344.
- MOLINA, F. Z., GLOVER, S. C. O., FEDERRATH, C., & KLESSEN, R. S. 2012. The density variance-Mach number relation in supersonic turbulence - I. Isothermal, magnetized gas. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **423**(July), 2680–2689.
- MÜLLER, W.-C., BISKAMP, D., & GRAPPIN, R. 2003. Statistical anisotropy of magnetohydrodynamic turbulence. *Physical Review E*, **67**(6), 066302.
- OH, S., & KROUPA, P. 2016. Dynamical ejections of massive stars from young star clusters under diverse initial conditions. *Astronomy & Astrophysics*, **590**(May), A107.
- OORT, J. H. 1951. Interaction of Nova and Supernova Shells With the Interstellar Medium. *Page 118 of: Problems of Cosmical Aerodynamics*.
- OSTRIKER, J. P., & McKEE, C. F. 1988. Astrophysical blastwaves. *Reviews of Modern Physics*, **60**, 1–68.
- PADOAN, P., PAN, L., HAUGBØLLE, T., & NORDLUND, Å. 2016. Supernova Driving. I. The Origin of Molecular Cloud Turbulence. *The Astrophysical Journal*, **822**(May), 11.
- PASSOT, T., & VÁZQUEZ-SEMADENI, E. 1998. Density probability distribution in one-dimensional polytropic gas dynamics. *Physical Review E*, **58**(Oct.), 4501–4510.

- PASSOT, T., & VÁZQUEZ-SEMADENI, E. 2003. The correlation between magnetic pressure and density in compressible MHD turbulence. *Astronomy & Astrophysics*, **398**(Feb.), 845–855.
- PASSOT, T., VÁZQUEZ-SEMADENI, E., & POUQUET, A. 1995. A Turbulent Model for the Interstellar Medium. II. Magnetic Fields and Rotation. *The Astrophysical Journal*, **455**(Dec.), 536.
- POUQUET, A., FRISCH, U., & MENEGUZZI, M. 1986. Growth of correlations in magnetohydrodynamic turbulence. *Physical Review A*, **33**(June), 4266–4276.
- RENAUD, F., BOURNAUD, F., Emsellem, E., Elmegreen, B., Teyssier, R., Alves, J., Chapon, D., Combes, F., Dekel, A., Gabor, J., Hennebelle, P., & Kraljic, K. 2013. A sub-parsec resolution simulation of the Milky Way : global structure of the interstellar medium and properties of molecular clouds. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **436**(Dec.), 1836–1851.
- REYNOLDS, O. 1895. On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, **186**, 123–164.
- ROE, P. L. 1981. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes. *Journal of Computational Physics*, **43**(Oct.), 357–372.
- ROE, P. L., & PIKE, J. 1985. Efficient construction and utilisation of approximate Riemann solutions. *Pages 499–518 of: Proc. of the sixth int'l. symposium on Computing methods in applied sciences and engineering, VI*. North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- ROGERS, H., & PITTARD, J. M. 2013. Feedback from winds and supernovae in massive stellar clusters - I. Hydrodynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **431**(May), 1337–1351.
- ROMAN-DUVAL, J., JACKSON, J. M., HEYER, M., RATHBORNE, J., & SIMON, R. 2010. Physical Properties and Galactic Distribution of Molecular Clouds Identified in the Galactic Ring Survey. *The Astrophysical Journal*, **723**(Nov.), 492–507.
- ROSDAHL, J., & TEYSSIER, R. 2015. A scheme for radiation pressure and photon diffusion with the M1 closure in RAMSES-RT. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **449**(June), 4380–4403.
- ROSDAHL, J., BLAIZOT, J., AUBERT, D., STRANEX, T., & TEYSSIER, R. 2013. RAMSES-RT : radiation hydrodynamics in the cosmological context. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **436**(Dec.), 2188–2231.
- RUFFERT, M. 1994. Three-dimensional hydrodynamic Bondi-Hoyle accretion. I : Code validation and stationary accretors. *The Astrophysical Journal*, **427**(May), 342–350.
- SEDOV, L. I. 1959. *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics*. Taylor & Francis.
- SHU, F. H. 1977. Self-similar collapse of isothermal spheres and star formation. *The Astrophysical Journal*, **214**(June), 488–497.
- SHU, F. H., ADAMS, F. C., & LIZANO, S. 1987. Star formation in molecular clouds - Observation and theory. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **25**, 23–81.
- SHULL, JR., P. 1983. The kinematics and structure of N49. *The Astrophysical Journal*, **275**(Dec.), 611–627.

- SHULL, JR., P., DYSON, J. E., KAHN, F. D., & WEST, K. A. 1985. A model for SNR evolution in a cloudy medium and its application to N49. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **212**(Feb.), 799–808.
- SLANE, P., BYKOV, A., ELLISON, D. C., DUBNER, G., & CASTRO, D. 2014. Supernova Remnants Interacting with Molecular Clouds : X-Ray and Gamma-Ray Signatures. *Space Science Reviews*, July.
- SLYZ, A. D., DEVRIENDT, J. E. G., BRYAN, G., & SILK, J. 2005. Towards simulating star formation in the interstellar medium. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **356**(Jan.), 737–752.
- SOLOMON, P. M., RIVOLO, A. R., BARRETT, J., & YAHIL, A. 1987. Mass, luminosity, and line width relations of Galactic molecular clouds. *The Astrophysical Journal*, **319**(Aug.), 730–741.
- SPITZER, L. 1978. *Physical processes in the interstellar medium*. New York : Wiley-Interscience.
- SPITZER, L., & HÄRM, R. 1953. Transport Phenomena in a Completely Ionized Gas. *Physical Review*, **89**(Mar.), 977–981.
- SRIDHAR, S., & GOLDBREICH, P. 1994. Toward a theory of interstellar turbulence. I : Weak Alfvénic turbulence. *The Astrophysical Journal*, **432**(Sept.), 612–621.
- STOKES, G. G. 1856. On the dynamical theory of diffraction. *Pages 1–62 of : Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 9. Cambridge University Press.
- SUTHERLAND, R. S., & DOPITA, M. A. 1993. Cooling functions for low-density astrophysical plasmas. *The Astrophysical Journal, Supplement*, **88**(Sept.), 253–327.
- TASKER, E. J. 2011. Star Formation in Disk Galaxies. II. The Effect Of Star Formation and Photoelectric Heating on the Formation and Evolution of Giant Molecular Clouds. *The Astrophysical Journal*, **730**(Mar.), 11.
- TASKER, E. J., & BRYAN, G. L. 2006. Simulating Star Formation and Feedback in Galactic Disk Models. *The Astrophysical Journal*, **641**(Apr.), 878–890.
- TAYLOR, G. 1950. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, **201**(Mar.), 159–174.
- TAYLOR, G. I. 1935. Statistical Theory of Turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, **151**(Sept.), 421–444.
- TEYSSIER, R. 2002. Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES. *Astronomy & Astrophysics*, **385**(Apr.), 337–364.
- TOMISAKA, K. 1998. Superbubbles in magnetized interstellar media : blowout or confinement ? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **298**(Aug.), 797–810.
- TORO, E. F. 1999. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics : a practical introduction*. Berlin, New York : Springer-Verlag.
- TORO, E. F., SPRUCE, M., & SPEARES, W. 1994. Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. *Shock Waves*, **4**(July), 25–34.

- VACCA, W. D., GARMANY, C. D., & SHULL, J. M. 1996. The Lyman-Continuum Fluxes and Stellar Parameters of O and Early B-Type Stars. *The Astrophysical Journal*, **460**(Apr.), 914.
- VALDIVIA, V., HENNEBELLE, P., GÉRIN, M., & LESAFFRE, P. 2016. H₂ distribution during the formation of multiphase molecular clouds. *Astronomy & Astrophysics*, **587**(Mar.), A76.
- VAN LEER, B. 1973. Towards the ultimate conservative difference scheme I. The quest of monotonicity. *Pages 163–168 of: Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*. Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, vol. 18.
- VAN LEER, B. 1974. Towards the Ultimate Conservation Difference Scheme. II. Monotonicity and Conservation Combined in a Second-Order Scheme. *Journal of Computational Physics*, **14**(Mar.), 361–370.
- VAN LEER, B. 1977a. Towards the ultimate conservative difference scheme. III - Upstream-centered finite-difference schemes for ideal compressible flow. *Journal of Computational Physics*, **23**(Mar.), 263–276.
- VAN LEER, B. 1977b. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. A New Approach to Numerical Convection. *Journal of Computational Physics*, **23**(Mar.), 276–299.
- VAN LEER, B. 1979. Towards the ultimate conservative difference scheme. V - A second-order sequel to Godunov's method. *Journal of Computational Physics*, **32**(July), 101–136.
- VON WEIZSÄCKER, C. F. 1951. The Evolution of Galaxies and Stars. *The Astrophysical Journal*, **114**(Sept.), 165.
- VÁZQUEZ-SEMADENI, E. 1994. Hierarchical Structure in Nearly Pressureless Flows as a Consequence of Self-similar Statistics. *The Astrophysical Journal*, **423**(Mar.), 681.
- WEAVER, R., MCCRAY, R., CASTOR, J., SHAPIRO, P., & MOORE, R. 1977. Interstellar bubbles. II - Structure and evolution. *The Astrophysical Journal*, **218**(Dec.), 377–395.
- WHITWORTH, A. 1979. The erosion and dispersal of massive molecular clouds by young stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **186**(Jan.), 59–67.
- WOLFIRE, M. G., HOLLENBACH, D., MCKEE, C. F., TIELENS, A. G. G. M., & BAKES, E. L. O. 1995. The neutral atomic phases of the interstellar medium. *The Astrophysical Journal*, **443**(Apr.), 152–168.
- WOLFIRE, M. G., MCKEE, C. F., HOLLENBACH, D., & TIELENS, A. G. G. M. 2003. Neutral Atomic Phases of the Interstellar Medium in the Galaxy. *The Astrophysical Journal*, **587**(Apr.), 278–311.
- WOOSLEY, S. E., ARNETT, W. D., & CLAYTON, D. D. 1973. The Explosive Burning of Oxygen and Silicon. *The Astrophysical Journal, Supplement*, **26**(Nov.), 231.
- WOOSLEY, S. E., HEGER, A., & WEAVER, T. A. 2002. The evolution and explosion of massive stars. *Reviews of Modern Physics*, **74**(Nov.), 1015–1071.
- ZUCKERMAN, B., & EVANS, II, N. J. 1974. Models of massive molecular clouds. *The Astrophysical Journal, Letters*, **192**(Sept.), L149–L152.

L'univers m'embarrasse, et je ne peux songer
que cette horloge existe et n'ait point d'horlo-
ger.

Voltaire

INFLUENCE DE LA RÉTROACTION DES ÉTOILES SUR LA STRUCTURE DU MILIEU INTERSTELLAIRE À L'ÉCHELLE GALACTIQUE

Olivier IFFRIG

Mots-clés : Milieu interstellaire, turbulence, supernovae, simulation numérique, magnétohydrodynamique

Résumé :

La formation des étoiles, processus fondamental en astrophysique, résiste toujours à la compréhension. En effet, de nombreux phénomènes interagissent durant les différentes étapes, et ce sur une large gamme d'échelles. Il est donc primordial de comprendre la dynamique du milieu interstellaire, dans lequel les étoiles se forment. En particulier, il est maintenant bien établi que la structure du milieu interstellaire est fortement impactée par des processus de rétroaction de la part des étoiles qui s'y forment. D'une part cette rétroaction limite le taux de formation de nouvelles étoiles, et d'autre part elle est l'un des contributeurs à la morphologie et la dynamique des galaxies : taille du disque, éjection de matière, etc.

Ce travail de thèse propose d'étudier numériquement la dynamique du milieu interstellaire, de manière à mettre en évidence l'impact des processus de rétroaction. Le processus principal qui sera étudié est les supernovae, figurant parmi les événements les plus énergétiques dans le milieu interstellaire. Après l'étude et la modélisation en détail de l'explo-

sion d'une unique supernova dans nuage moléculaire, un modèle numérique incluant formation d'étoiles et rétroaction par supernovae sera présenté et mis en œuvre dans des simulations d'un disque galactique stratifié à l'échelle du kiloparsec. Une extension de ce modèle pour tenir compte du rayonnement ionisant sera proposée. Il est effectivement possible de réguler la formation d'étoiles à l'aide de modèles de rétroaction par les supernovae, mais les résultats précis dépendent de manière significative des détails du schéma mis en œuvre. En utilisant la variante apparaissant comme la plus réaliste, des simulations à haute résolution du milieu interstellaire sont présentées et étudiées. En particulier, il est possible de mettre en évidence des propriétés de la turbulence compressible et magnétisée à l'échelle galactique : variation des spectres de puissance en fonction de l'altitude, alignement spontané de la vitesse et du champ magnétique, effet antagoniste de la rétroaction sur cet alignement et formation de structures.

Title: Influence of stellar feedback on the structure of the interstellar medium at galactic scale

Keywords: Interstellar medium, turbulence, supernovae, numerical simulation, magnetohydrodynamics

Abstract:

Star formation, a fundamental process in astrophysics, remains only partially understood. Several processes are known to interact during all the steps over a large range of scales. It is therefore of highest importance to understand the dynamics of the interstellar medium, in which stars form. In particular, it is now well-known that the structure of the interstellar medium is strongly affected by feedback processes emanating from the stars that form in it. On the one hand this feedback limits the rate of formation of new stars, and on the other hand it is one of the main contributors to the shape and dynamics of galaxies : thickness of the disk, matter outflows, etc.

This work aims to study numerically the dynamics of the interstellar medium, in order to highlight the impact of stellar feedback processes. The main process that will be studied is supernovae, being among the most energetic events in the interstellar medium. After the study and detailed model-

ing of the explosion of a single supernova inside a molecular cloud, a numerical model including star formation and supernova feedback will be presented and used in kiloparsec-scale simulations of a stratified galactic disk. An extension of this model will be suggested in order to take into account the ionizing radiation. It is indeed possible to regulate star formation with supernova feedback models, although the precise results strongly depend on the detailed scheme that is implemented. Using the most realistic-looking variant, high-resolution simulations are presented and studied. In particular, it is possible to extract properties of compressible and magnetized turbulence at the galactic scale: variation of the power spectra as a function of altitude, spontaneous alignment between velocity and magnetic field, antagonistic effect of stellar feedback onto this alignment, and structure formation.